Pianon fysiikka ja kielten epäharmonisuuskertoimien määrittäminen

Tatu Ilonen

Pro gradu -tutkielma
Kesäkuu 2016
Fysiikan ja matematiikan laitos
Itä-Suomen yliopisto

Tatu Ilonen

Pianon fysiikka ja kielten epäharmonisuuskertoimien määrittäminen, 71 sivua

Itä-Suomen yliopisto
Fysiikan koulutusohjelma
Fysiikan aineenopettajakoulutus
Työn ohjaajat FT Risto Leinonen

Tiivistelmä

Tässä työssä tarkasteltiin pianon rakennetta ja sointia fysiikan näkökulmasta. Piano on kosketinsoitin, joka koostuu kolmesta tärkeästä osasta: kielistä, kaikupohjasta ja koneistosta. Nämä osat toimivat yhdessä saaden koskettimen painalluksesta aikaan kuultavan äänen. Ideaalisen kielen värähtely sisältää harmonisen sarjan, johon kuuluvat perustaajuus ja sen monikerrat eli yläsävelet. Kuitenkaan reaalisessa kielessä harmoninen sarja ei ole täydellinen, koska kielessä oleva jäykkyys siirtää yläsävelien taajuuksia saaden aikaan epäharmonisuutta, joka vaikuttaa olennaisesti pianon sointiin. Kielet liikuttavat kaikupohjaa, jonka värähtely saa aikaan kuultavan äänen. Kaikupohjan värähtelyssä on analogia kielten värähtelyissä esiintyviin värähtelymoodeihin. Niistä tulee kuitenkin paljon monimutkaisempia, koska käsitellään tason värähtelyä. Pianon koneisto koostuu monista vivuista ja jousista, joiden tarkoitus on siirtää koskettimien liike-energia kielten värähtelyenergiaksi. Olennainen osa koneistoa on vasara, jolla on merkittävä vaikutus pianon sointiin.

Lisäksi tässä työssä määritettiin pianojen kielten epäharmonisuuskertoimen arvot ja kielissä esiintyvien yläsävelien määrät viidelle eri valmistajan pianoille. Kahdeksan kielen sointia nauhoitettiin pianoista mikrofoneilla, ja äänitiedostot analysoitiin tekemällä niihin Fourier-muunnos Matlab-ohjelmistolla. Yläsävelien taajuudet ja määrät tulkittiin Fourier-spektreistä, jonka jälkeen niiden avulla laskettiin jokaiselle kielelle epäharmonisuuskertoimet. Saatujen tulosten perusteella vertailtiin pianojen rakenteita ja sointia toisiinsa.

Jokaisella pianolla epäharmonisuuskertoimien arvoissa oli bassoalueen matalilla taajuuksilla hyvin pientä vaihtelua verrattuna korkeampiin taajuuksiin, minkä todettiin

johtuvan bassokielten punonnasta. Toisaalta pianojen välillä epäharmonisuuskertoimissa ja yläsävelien määrässä havaittiin suurimmat erot bassoalueella. Näiden tuloksien todettiin johtuvan eroista pianojen fyysisissä mitoissa, jännitysvoimissa ja siirtymäkohdassa punotuista kielistä punomattomiin. Lisäksi todettiin, että pianojen sointia oli erittäin hankalaa kovin syvällisesti kommentoida pelkästään epäharmonisuuskertoimien ja yläsävelien määrän perusteella.

Sisältö

1 Johdanto **1**

2 Piano soittimena **3**

2.1 Yleistä pianosta 3

2.1.1 Kielet 4

2.1.2 Kaikupohja 4

2.1.3 Koneisto 5

2.1.4 Kokonaisuus 5

3 Kielten fysiikka **7**

3.1 Harmoninen sarja 7

3.2 Ideaalinen kieli 9

3.3 Fourier-teoria 12

3.4 Reaalinen kieli 16

3.5 Epäharmonisuus 21

4 Kaikupohja **23**

4.1 Materiaali 23

4.2 Äänipinnat ja tallat 24

4.3 Värähtely 25

4.4 Haasteet kaikupohjan mallintamisessa 27

4.5 Mekaaninen impedanssi 29

4.6 Äänen tulkitseminen 31

5 Koneisto **33**
5.1 Kokonaisuus 33
5.2 Vasaran rakenne 35
5.3 Vasaran ja kielen vuorovaikutus 36
6 Mittaukset **41**
6.1 Mittalaitteistot 41
6.2 Analyysi 46
7 Tulokset **50**
7.1 Pianojen epäharmonisuuskertoimet 50
7.2 Pianojen vertailu 53
8 Pohdinta **56**
8.1 Epäharmonisuuskertoimien merkitys 56
8.2 Pianojen erot 61
8.3 Uskottavuustarkastelu 64
8.4 Lopuksi 66
Viitteet **68**
Liitte A Mitatut perustaajuudet **71**

Luku I
Johdanto

Soitan konserttisalissa suurta flyygeliä ja mietin, miten hyvältä pianon sointi kuulostaa verrattuna kotona olevaan pystypianoon. Kuulen sävelissä aivan erilaista syvyyttä, selkeyttä ja voimakkuutta, mikä saa kappaleen kuulostamaan paljon eloisammalta. Mietin, onko kyse vain paljon paremmasta pianosta, ja mikä siinä on parempaa? Onko pianon suuri koko todellakin näin ratkaiseva tekijä vai voisiko kyseessä olla jotkin muut rakenteeseen liittyvät seikat? Mieleeni tulee, että kappale kannattaisi esittää toisen pianistin tai viulistin kanssa. En osaa kuitenkaan päättää, kumpi olisi parempi vaihtoehto, koska ne kuulostavat hyvin erilaisilta. Miksi piano ja viulu ovatkin niin erikuuloisia? Tähän ja edellisiin kysymyksiin tullaan vastaamaan tässä työssä.

Piano on monipuolinen soitin, jossa on todella laaja ääniala. Pianolla voi soittaa korkealta melodiaa, ja samaan aikaan lisätä toisella kädellä mukaan matalia bassosäveliä tehden kappaleesta todella harmonisen kokonaisuuden. Pianonsoiton aloittaminen on helppoa, koska ei tarvitse kuin painaa koskettimia ja etsiä päässä soiva melodia. Sen sijaan monen muun kieli- tai puhallinsoittimen kohdalla täytyy ensin käyttää paljon aikaa soittotekniikan harjoitteluun, jotta saadaan edes selkeän kuuloinen sävel soitettua. Piano tarjoaa paljon mahdollisuuksia tehdä soitettavasta kappaleesta juuri haluamansa kuuloinen. Soittaja pystyy koskettimen painalluksella kontrolloimaan niin äänenvoimakkuutta kuin myös äänenväriä, joka herättää kappaleen eloon aivan uudella tavalla. Kaiken kaikkiaan pianonsoitto on erittäin palkitsevaa ja hauskaa.

Pianoa ja sen kielten epäharmonisuutta on tutkittu paljon jo ennestään. Hendry (2008) tutki kuuden kielen epäharmonisuutta kahdella eri menetelmällä. Kielten epäharmonisuuskertoimet määritettiin äänittämällä kielten sointia mikrofonilla ja kielten

fyysisten mittojen avulla. Näitä kahdesta eri menetelmästä saatuja tuloksia verrattiin toisiinsa. [1] Ege ja Boutillon (2012) tutkivat pianon kaikupohjan värähtelyominaisuuksia. [2] Bank (2000) teki kattavan teoriakatsauksen pianonkielistä, koneistosta ja kaikupohjasta sekä mallinti kattavasti näitä pianon tärkeimpiä osia fysiikan keinoin. [3]

En kuitenkaan löytänyt tutkimuksia, joissa olisi tieteellisin perusteluin tuotu esille pianojen rakenteeseen ja sointiin liittyviä eroja eri valmistajien välillä. Tässä työssä aion tutkia tätä asiaa. Työssä on kaksi tavoitetta. Ensimmäiseksi tehdään pianosta laaja teoriakatsaus, jossa käsitellään monipuolisesti pianon rakenteeseen ja ääneen liittyvää fysiikkaa. Toisena tavoitteena on tehdä tutkimus pianojen kielten jäykkyyttä kuvaavista epäharmonisuuskertoimien arvoista. Arvojen käyttäytymistä tutkitaan viidessä eri valmistajan pianossa, jonka jälkeen tutkimustuloksien avulla vertaillaan pianoja toisiinsa.

Työn toisessa luvussa kerrotaan yleistä tietoa pianosta, jonka jälkeen paneudutaan tarkemmin pianoon liittyvään fysiikkaan. Teoriaa esitellään luvuissa kolme, neljä ja viisi. Niissä piano on jaettu kolmeen tärkeään osaan: kieliin, kaikupohjaan ja koneistoon. Teoriaosiossa on painotettu kieliä mallintavaa fysiikkaa, koska se on työn tutkimuksen kannalta olennainen pohjustus. Luvussa kuusi käsitellään tutkimuksen toteutusta. Siinä esitellään tarkemmin tutkimustavoite ja menetelmä, jolla mittausdata on analysoitu. Luvussa seitsemän esitellään tutkimuksen tulokset. Viimeisessä luvussa esitetään saaduista tuloksista johtopäätöksiä, ideoidaan mahdollisia jatkotutkimusideoita ja mietitään tulevaisuuden tuomia mahdollisuuksia pianon suunnittelussa. Lisäksi pohditaan tutkimuksen virhelähteitä ja mietitään lyhyesti tutkimuksen käyttömahdollisuuksia opetuksessa.

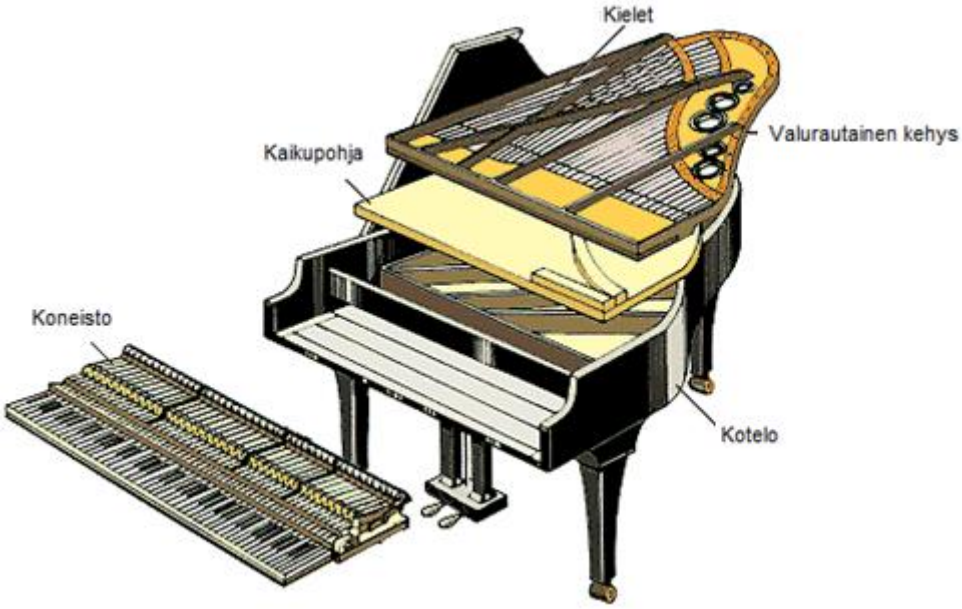
Luku II

Piano soittimena

Tässä luvussa esitellään pianon rakennetta yleisellä tasolla. Käydään läpi, mistä osista piano koostuu ja käsitellään näiden osien ominaisuuksia. Lopuksi tarkastellaan, miten nämä osat toimivat yhdessä synnyttäen pianosta kuultavan äänen.

2.1 Yleistä pianosta

Piano on kosketinsoitin, jonka kolme tärkeintä osaa ovat koneisto, kielet ja kaikupohja. Nämä osat ja niiden paikat ovat nähtävissä kuvassa 2.1. Nykypäivänä valmistetaan flyygeleitä ja pystypianoja. Flyygeleissä kielet sekä koneisto ovat vaakasuunnassa, ja pystypianoissa ne ovat pystyssä. Mallista riippuen modernissa pianossa koskettimia on noin 90 ja kieliä noin 240. Piano on monimutkainen ja tarkkaan rakennettu soitin. Se koostuu noin 10 000 erilaisesta osasta. Kaikki osat tulevat kiinni tukevaan puiseen koteloon, jonka massa voi olla jopa 150 kg – 200 kg. [4, 5]



Kuva 2.1 Flyygelin rakenne [6]

2.1.1 Kielet

Pianossa on noin 240 kieltä, jotka on valmistettu lämpökäsitellystä hiilipitoisesta teräksestä, jotta ne kestävät suurta jännitysvoimaa. Kielet ovat kiinni molemmista päistään valurautaisessa kehyksessä, joka kestää kielten aiheuttaman suuren jännitysvoiman. Valurautainen kehys ja siihen kiinnitetyt kielet ovat nähtävissä kuvassa 2.1. Nykyisin suurissa konserttiflyygeleissä valurautaiset kehykset valmistetaan kestämään noin 260 kN jännitysvoimaa. Kaikkien kielten yhteenlaskettu jännitysvoima voi kyseisissä konserttiflyygeleissä olla 210 kN. Useimmiten bassoalueella koskettimelle käytetään yhtä kieltä, keskialueella on käytössä kaksi kieltä ja diskanttialueella yhdelle koskettimelle on käytössä jopa kolme kieltä. [4, 7]

2.1.2 Kaikupohja

Pelkkä kielten värähtely kuuluu todella huonosti, koska ne eivät saa pienen pinta-alansa takia ilman molekyylejä värähtelemään tehokkaasti. Tämän seurauksena kielet ovat tallan välityksellä vuorovaikutuksessa kaikupohjaan, jonka värähtely synnyttää kuultavan äänen. Kaikupohja on lähes aina laadukkaissa pianoissa valmistettu kuusesta tehdyistä liuskoista, jotka on liitetty yhteen liimaamalla puun syiden suuntaisesti. Sen paksuus

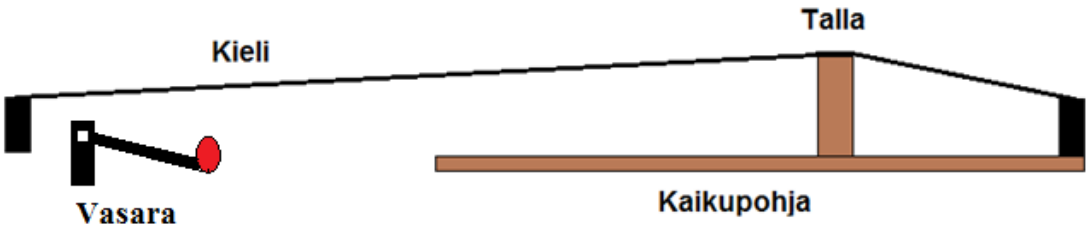
vaihtelee moderneissa pianoissa yleensä 6.5 mm ja 9.5 mm välillä. Halvemmissa pianoissa kaikupohjan materiaalina voidaan käyttää vaneria tai laminoitua puuta. Kaikupohjan takapuolelle on liitetty äänipinnoja, jotka ovat lähes kohtisuorasti kuusen syihin nähden. Kaikupohjan etupuolelle eli kielten puolelle tulevat kiinni tallat, joiden kautta kielten värähtely siirtyy kaikupohjaan. Kaikupohja pintakäsitellään lakkaamalla, mikä vähentää kosteuden aiheuttamia muutoksia puun rakenteessa, ja on pianon virittämisen kannalta erittäin tärkeää. [5, 8]

2.1.3 Koneisto

Koneisto on pianon osa, joka siirtää koskettimen painallukseen käytetyn energian monien vipujen ja lopulta vasaran kautta kielten värähtelyenergiaksi. Se on hyvin yksityiskohtainen tarkkaan rakennettu systeemi, joka sisältää paljon erilaisia vipuja ja jousia. Soittaja pystyy koskettimiston ansiosta kontrolloimaan vasaran iskuvoimaa kieliin eli toisin sanoen soittaja pystyy hyvin kontrolloimaan äänenvoimakkuutta. Lisäksi myös vasaran pään materiaalista johtuen sen iskuvoimalla kielten kanssa on suuri merkitys äänenväriin. Vasaranpää on valmistettu puusta, jonka ympärille on puristettu villaa. Pianon koskettimetkin on valmistettu puusta ja ne on päällystetty muovikerroksella. [4, 5] Koneisto nähdään koskettimineen kuvassa 2.1.

2.1.4 Kokonaisuus

Tarkastellaan seuraavaksi lyhyesti, miten koneisto, kielet ja kaikupohja toimivat yhdessä, toisin sanoen miten soittaja saa koskettimen painalluksella syntymään kuultavan äänen. Soittaja tekee työtä koskettimeen, ja tehty työ muuttuu koskettimen liike-energiaksi. Koskettimen liike-energia muutetaan useiden vipujen kautta koneistossa vasaran liike-energiaksi. Vasaran osuessa pianon kieliin sen liike-energia muuttuu kielten värähtelyenergiaksi. Kielet ovat tiukasti puristuksessa tallaa vasten, jonka kautta osa kielten värähtelyenergiasta siirtyy kaikupohjaan. Kaikupohja alkaa värähtelemään, joka saa edelleen tehokkaasti ympärillä olevat ilman molekyylit värähtelemään. Molekyylien värähtely aiheuttaa kuultavan äänen. Alla on yksinkertaistettu kuva 2.2 pianon toimintaperiaatetta kuvaavista osista. Lisäksi kyseessä ovat olennaisimmat osat pianon soinnin kannalta. [5]



Kuva 2.2 Kuvassa on vasaran, kielen, tallan ja kaikupohjan muodostama systeemi.

Luku III
Kielet

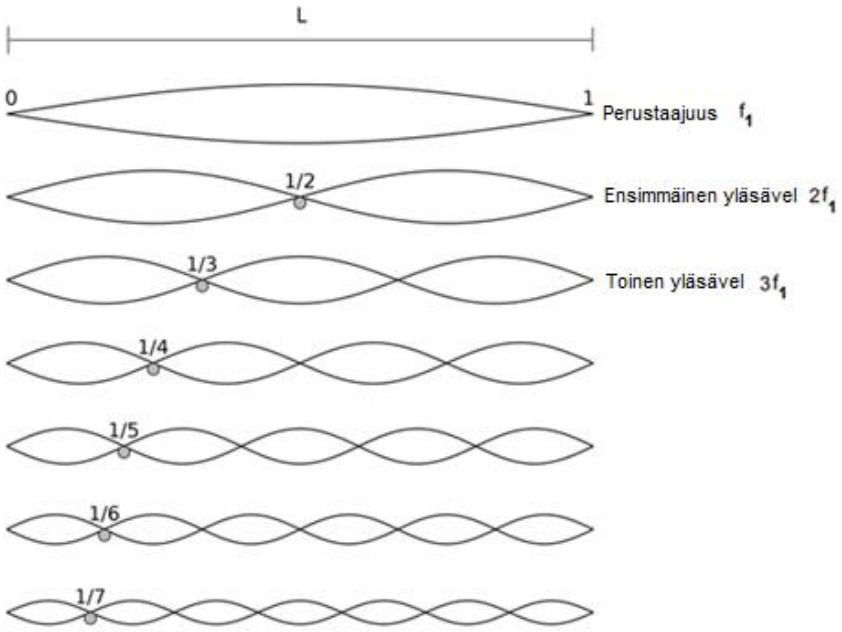
Luvussa esitellään kieleen syntyvä perustaajuus ja yläsävelet, joita ideaalisen kielen tapauksessa kutsutaan harmoniseksi sarjaksi. Seuraavaksi mallinnetaan ideaalista kieltä ja esitellään Fourier-teoria, jonka jälkeen siirrytään tarkastelemaan reaalista kieltä ja siinä esiintyvää epäharmonisuutta.

3.1 Harmoninen sarja

Vasaran isku aiheuttaa kielessä värähdysliikettä tasapainoaseman molemmin puolin, joten kieltä voidaan kutsua värähtelijäksi. Kieleen vaikuttava jännitysvoima $\mathrm{T_s}$ pyrkii palauttamaan kieleen aiheutetut häiriöt kohti tasapainoasemaa, ja lisäksi se on lineaarinen voima, jousivoiman tavoin. Mielivaltaisesti kielestä valitun kohdan värähtelevää liikettä ajan funktiona voidaan kuvata siniaallolla, joten kieli värähtelee kuten harmoninen värähtelijä. Pianon kieli on molemmista päistä kiinnitetty, joten siihen synnytetty aalto heijastuu kiinnitetyistä päistä takaisin siten, että sen taajuus ja aallonpituus pysyvät samana. Heijastunut ja tuleva aalto interferoivat ja näiden kahden aallon interferenssiä kutsutaan seisovaksi aalloksi. [9]

Useimmissa pianoissa koskettimia on 88. Jokaisen koskettimen painalluksesta kuultavan äänen sävelkorkeus on erilainen eli kielten värähtelytaajuus vaihtelee. Kuultavissa sävelissä on useita eri taajuuksia. Toisin sanoen yhdenkin koskettimen painallukselle mitatussa intensiteetti-taajuus-spektrissä nähdään useampi piikki eri taajuuksilla. Nämä kyseiset taajuudet muodostavat harmonisen sarjan, joka sisältää perustaajuuden f_1 ja sen monikerrat eli yläsävelet nf_1 ($n \in \mathbb{N}$). Äänenkorkeus erotetaan perustaajuuden avulla.

Toisaalta voidaan puhua myös perusaallonpituudesta, koska taajuus on kääntäen verrannollinen aallonpituuteen. Kuvassa 3.1 on esitetty kielen 7 ensimmäistä mahdollista värähtelyaallonpituutta. Ylimpänä kuvassa nähdään perusaallonpituus ja sen alla kuuden yläsävelen aallonpituudet. Yläsävelet ovat perustaajuuden täydellisiä monikertoja vain ideaalisen kielen tapauksessa. [10, 11]

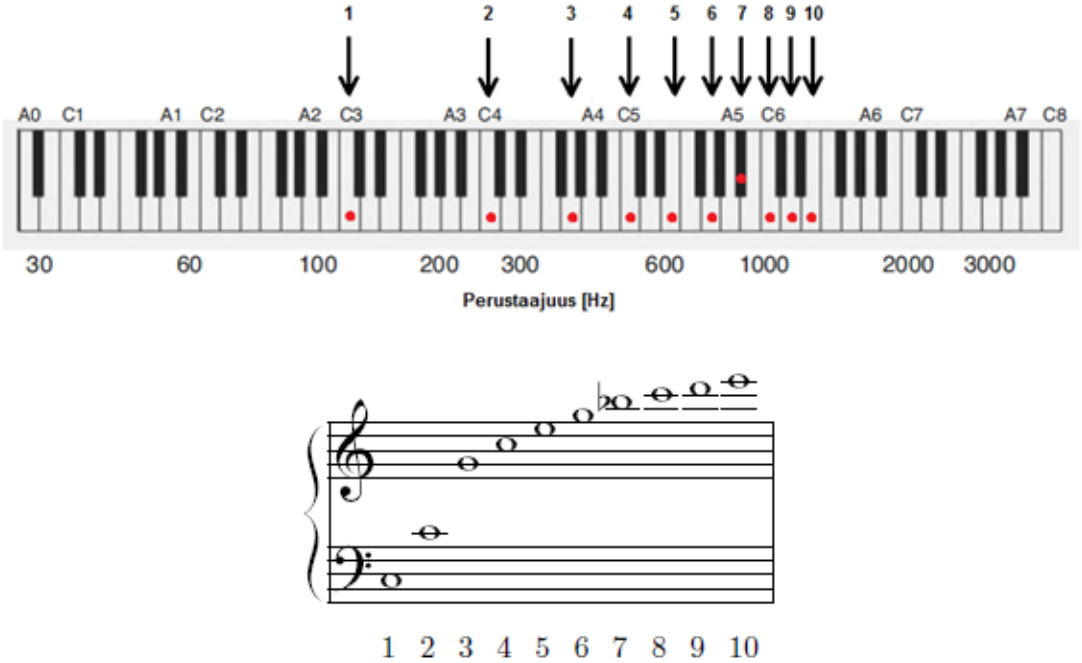


Kuva 3.1 Harmonisen sarjan taajuuksia kuvaavat seisovat aallot. Kuvassa nähdään perustaajuus ja sen alla kuusi ensimmäistä yläsäveltä. *L* kuvaa kielen pituutta. Muokattu [12]

Tarkastellaan seuraavaksi pianon koskettimistoa. Kuvasta 3.2 havaitaan, että pianon koskettimia ei ole skaalattu taajuuden mukaan lineaarisesti vaan logaritmisesti. Näin mahdollistetaan sävelasteikon rakentuminen siten, että taajuuden kaksinkertaistaminen tarkoittaa koskettimistolla kahdeksaa sävelaskelta: esimerkiksi sävelestä C3 säveleen C4, joka tarkoittaa kahdeksaa valkoista kosketinta. Tätä väliä kutsutaan myös nimellä oktaavi. Ihmiset tulkitsevat oktaavia korkeammalla olevan sävelen yleensä samankuuloiseksi, mutta vain korkeammaksi. [11]

Kuvassa 3.2 esitellään harmoninen sarja sijoittamalla se pianon koskettimistolle. Tarkastellaan kymmentä ensimmäistä yläsäveltä. Perussäveleksi on valittuna

ensimmäisen nuolen osoittama C3. Oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi, että sen perustaajuus on 120 Hz. Ensimmäisen yläsävelen C4 taajuus on kaksinkertainen eli 240 Hz ja se sijaitsee koskettimistolla nuolen kaksi kohdalla oktaavin päässä C3:sta. Toisen yläsävelen taajuus on 360 Hz, mutta koskettimiston logaritmisuudesta johtuen se sijaitsee viiden sävelaskeleen päässä ensimmäisestä yläsävelestä C3. Loput yläsävelet on merkattu nuolilla sekä punaisilla palloilla koskettimistolle. Lisäksi kuvan 3.2 alaosassa on merkattu harmoninen sarja nuottiviivastolle. Numeroidut nuotit vastaavat samoin numeroituja koskettimia. [5, 11]



Kuva 3.2 Harmoninen sarja merkattuna pianon koskettimistolle ja nuottiviivastolle. Muokattu [5, 11]

3.2 Ideaalinen kieli

Kuvan 3.1 seisovissa aalloissa havaitaan kohtia, joissa kieli on täysin paikallaan, ja niitä kutsutaan solmuiksi. Lisäksi aalloissa havaitaan kohtia, joita kutsutaan kuvuiksi. Niissä kielen poikkeama tasapainoasemasta on suurimmillaan. Solmukohdat syntyvät aaltojen interferoidessa destruktiivisesti eli niiden sammuttaessa toisensa. Vastaavasti kuvut

syntyvät, kun aallot ovat samassa vaiheessa ja interferoivat konstruktiivisesti, siis vahvistavat toisiaan. [9]

Tarkastellaan nyt perustaajuutta, jolla kieli värähtelee. Kuvasta 3.3 nähdään, että kielen pituus L on puolet aallonpituudesta λ:

$$L = \frac{\lambda}{2} \tag{3.1}$$

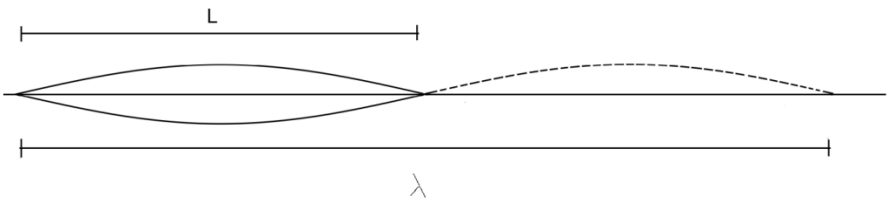
Jaksollisille aalloille on esitetty aaltoliikkeen perusyhtälö [9]:

$$v = f_1\lambda \tag{3.2}$$

missä v on aallon nopeus väliaineessa, f on värähtelyn taajuus ja λ on aallonpituus. Yhdistetään yhtälöt (3.1) ja (3.2), niin perustaajuudelle saadaan yhtälö:

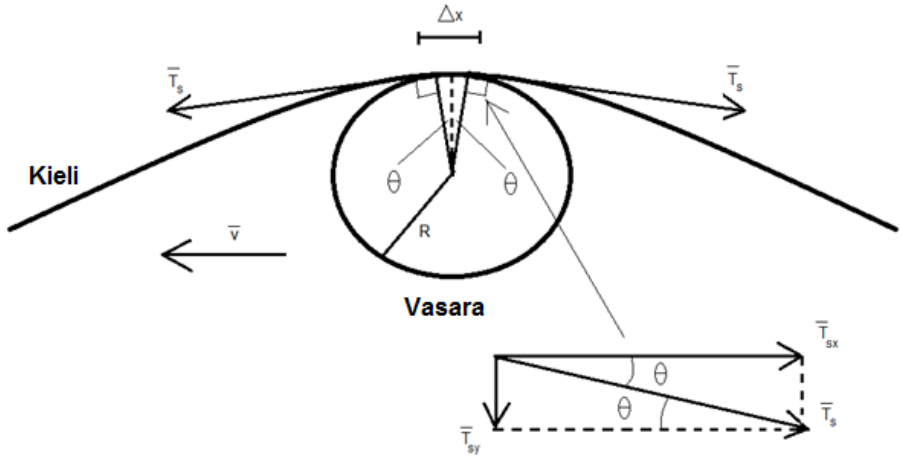
$$f_1 = \frac{v}{2L} \tag{3.3}$$

[9].



Kuva 3.3 Kielen perusaallonpituuden suhde kielen pituuteen.

Tutkitaan seuraavaksi aallon nopeutta v värähtelevässä kielessä. Kuvassa 3.4 on esitetty vasaran osuma kieleen.



Kuva 3.4 Vasaran isku kieleen. Ympyrä mallintaa vasaraa, joka aiheuttaa kieleen iskun.

Vasaran isku muodostaa kieleen erittäin pienen kohdan Δx, jonka kaarevuutta voidaan mallintaa R säteisellä ympyrällä. Tarkastellaan kielen jännitysvoimaa T_s, joka vaikuttaa kohdan Δx molempiin päihin. Jännitysvoiman x-suuntaiset komponentit kumoavat toisensa, mutta y-suuntaiset komponentit aiheuttavat alaspäin suuntautuvan voiman.

$$2T_{sy} = 2T_s \sin\theta \tag{3.4}$$

missä T_{sy} on kielen jännitysvoiman T_s y-suuntainen komponentti.

Kielen kohdan Δx ollessa hyvin lyhyt, voidaan käyttää pienen kulman approksimaatiota: $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{\Delta x}{2R}$. Yhtälö (3.4) saadaan muotoon:

$$2T_{sy} = 2T_s \frac{\Delta x}{2R} = T_s \frac{\Delta x}{R} \tag{3.5}$$

Newtonin toisen lain mukaan kielen kohtaan Δx kohdistuva jännitysvoima aiheuttaa normaalikiihtyvyyden a_n kohti ympyrän keskipistettä, joten voidaan todeta kielen kohdan Δx olevan ympyräliikkeessä:

$$F = ma_n = m\frac{v^2}{R} \tag{3.6}$$

Yhdistetään yhtälöt (3.5) ja (3.6). Lisäksi määritellään kielen massa pituusyksikköä kohden, toisin sanoen lineaarinen tiheys $\mu = \frac{m}{\Delta x} \leftrightarrow \mu\Delta x = m$:

$$T_s \frac{\Delta x}{R} = \mu \Delta x \frac{v^2}{R} \tag{3.7}$$

Havaitaan että termi $\frac{\Delta x}{R}$ esiintyy yhtälön (3.7) molemmin puolin, joten supistetaan se pois:

$$T_s = \mu v^2 \tag{3.8}$$

Saadaan aallon nopeudelle kielessä yhtälö:

$$v = \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} \tag{3.9}$$

Sijoitetaan saatu tulos perustaajuudelle saatuun yhtälöön (3.3):

$$f_1 = \frac{\sqrt{\frac{T_s}{\mu}}}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_s}{\mu}}. \tag{3.10}$$

Perustaajuus riippuu siis kielen pituudesta, jännityksestä ja lineaarisesta tiheydestä. Kielen jännityksen lisääminen nostaa perustaajuutta ja pituuden sekä lineaarisen tiheyden kasvattaminen madaltaa sitä. [13] Piano tuottaa ääniä varsin laajalla taajuus-skaalalla: 27.5Hz - 4.186 Hz. [10]

Yläsävelien taajuudet saadaan helposti johdettua perustaajuuden yhtälöstä 3.10. Kieleen muodostuvissa yläsävelissä ainoastaan värähtelyn aallonpituuden λ suhde kielen pituuteen L muuttuu. Esimerkiksi toisessa yläsävelessä $L = \lambda$. Tämä nähdään helposti kuvasta 3.3. Tällöin yläsävelien taajuuksille ja perustaajuudelle saadaan yhtälö:

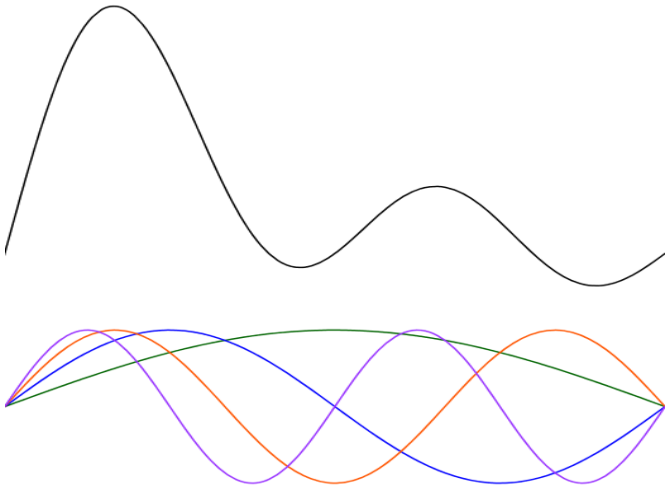
$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T_s}{\mu}}, \tag{3.11}$$

missä $n = [1,2,3, \dots]$.

3.3 Fourier-teoria

Kuten tekstissä on jo mainittu aikaisemmin, jos molemmista päistä kiinnitetty kieli laitetaan värähtelemään, niin sen värähtely on jaksollista. Lisäksi kieli ei värähtele

ainoastaan sen perustaajuudella, vaan sen värähtely sisältää äärellisen määrän harmonisen sarjan taajuuksia. Ilmiötä voidaan mallintaa Fourier-sarjalla, joka yleisessä muodossa määritellään seuraavasti: Mikä tahansa jaksollinen aalto voidaan kuvata sinimuotoisten aaltojen summana niiden amplitudien ollessa sopivia. [10] Alla on kuva 3.5, joka havainnollistaa tilannetta. Kuvassa 3.5 mallinnetaan molemmista päistä kiinnitetyn kielen mahdollista värähtelyä. Kuvassa 3.5 nähdään perustaajuus ja kolme ensimmäistä yläsäveltä sekä näiden summa-aalto. Jos kielen värähtelyä tarkastellaan sopivalla ajanhetkellä, niin kielen värähtely voi näyttää kuvan 3.5 summa-aallolta. Tosin yläsävelien amplitudit eivät välttämättä ole yhtä suuria. Esimerkiksi pianon tapauksessa ne vaihtelevat hyvinkin paljon. [5, 10]



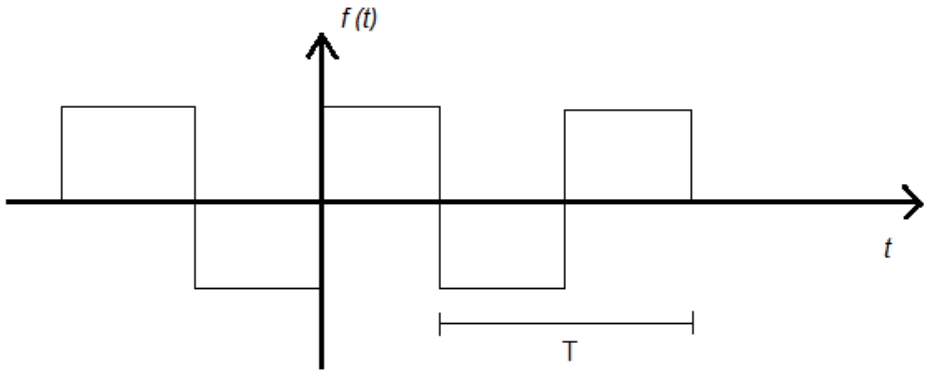
Kuva 3.5 Molemmista päistä kiinnitettyyn kieleen on syntynyt neljä ensimmäistä yläsäveltä. Ylempänä kuvassa nähdään yläsävelien muodostama summa-aalto.

Otetaan seuraavaksi matemaattinen tarkastelu, joka havainnollistaa Fourier-sarjaa ja Fourier-muunnoksia jaksollisen signaalin tapauksessa. Fourier-sarja määritellään seuraavasti: Kaikki jaksolliset funktiot $x(t)$ voidaan kirjoittaa sini- ja kosinimuotoisten aaltojen summana niiden amplitudien ollessa sopivia:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n cos\frac{2\pi nt}{T} + b_n sin\frac{2\pi nt}{T}, \tag{3.12}$$

missä a_n ja b_n ovat kosini- ja sinifunktioiden amplitudeja tai Fourier-kertoimia, 2π on niiden perusjakso, t kuvaa aikaa ja T on jaksonaika.

Otetaan esimerkiksi jaksollinen ja pariton funktio $f(t)$, jonka jaksonaika on *T*. Funktio on piirretty kuvaan 3.6. Funktio kuvaa kanttiaaltoa (square wave). Kyseistä funktiota tarkastellaan siksi, että sen avulla saadaan muodostettua matemaattisesti yksinkertainen esimerkki. Periaate olisi sama monimutkaisemmallakin funktiolla. Pariton kanttiaalto on verrattavissa esimerkiksi klarinetista saatavaan ääniaaltoon, jossa hallitsevat parittomien yläsävelien taajuudet.



Kuva 3.6 Kuvassa nähdään osa funktiosta $f(t)$ piirrettynä suorakulmaiseen koordinaatistoon. Kuvaan on merkattu funktion jaksonaika *T*.

Koska funktio $f(t)$ on pariton, niin sitä kuvataan pelkästään sinitermein:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n sin \frac{2\pi nt}{T} \tag{3.13}$$

Tarkastellaan seuraavaksi, miten funktiosta $f(t)$ löydetään siinä olevien eri taajuuksien amplitudit b_n. Yritetään ensin löytää perustaajuuden amplitudi b_1 siten, että kerrotaan funktiota $f(t)$ perustaajuutta kuvaavalla sinitermillä (*n=1*) ja integroidaan jaksonajan yli:

$$\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\ sin \frac{2\pi t}{T} dt = A \tag{3.14}$$

Kuten yhtälöstä 3.13 nähdään, niin funktio $f(t)$ voidaan kuvata sinifunktioiden

summana.

Kirjoitetaan summa auki:

$$f(t) = b_0 \sin 0 + b_1 sin\frac{2\pi t}{T} + b_2 sin\frac{2\pi 2t}{T} + b_3 sin\frac{2\pi 3t}{T} + \cdots + b_n sin\frac{2\pi nt}{T} \tag{3.15}$$

Sijoitetaan yhtälö 3.15 yhtälöön 3.14:

$$\int_{-T/2}^{T/2} \left[b_1 sin\frac{2\pi t}{T} + b_2 sin\frac{2\pi 2t}{T} + b_3 sin\frac{2\pi 3t}{T} + \cdots + b_n sin\frac{2\pi nt}{T}\right] \cdot \ sin\frac{2\pi t}{T} dt = A \tag{3.16}$$

Toisaalta tiedetään funktioiden ortogonaalisuuden nojalla, että:

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} sin\frac{2\pi nt}{T} \ sin\frac{2\pi mt}{T} dt = \begin{matrix} 0, kun\ n \neq m \\ \frac{T}{2}, kun\ n = m \neq 0 \end{matrix} \tag{3.17}$$

Tämä tarkoittaa sitä, että yhtälön 3.16 integraalista tulee nolla kaikissa muissa tapauksissa paitsi silloin, kun n=1:

$$\int_{-T/2}^{T/2} b_1 sin\frac{2\pi t}{T} \ sin\frac{2\pi t}{T} dt = b_1 \int_{-T/2}^{T/2} sin\frac{2\pi t}{T} \ sin\frac{2\pi t}{T} dt = A \tag{3.18}$$

Yhtälöstä 3.17 nähdään yhtälön 3.18 integraalin vastaus:

$$b_1 \int_{-T/2}^{T/2} sin\frac{2\pi t}{T} \ sin\frac{2\pi t}{T} dt = b_1 \cdot \frac{T}{2} = A \ \leftrightarrow \ b_1 = \frac{2}{T} A \tag{3.19}$$

Sijoitetaan vielä lopuksi yhtälö 3.14 yhtälöön 3.19:

$$b_1 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \ sin\frac{2\pi t}{T} dt \tag{3.20}$$

Samaa logiikkaa noudattaen saadaan yleisesti amplitudeille b_n yhtälö:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \ sin\frac{2\pi nt}{T} dt \tag{3.21}$$

Samoin tarkastellessa jotain parillista funktiota voitaisiin amplitudeille a_n johtaa yhtälö:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \ cos\frac{2\pi nt}{T} dt \tag{3.22}$$

Yhtälöillä 3.21 saadaan siis laskettua funktion $f(t)$ sisältävien taajuuksien amplitudit b_n. Yleisesti yhtälöillä 3.21 ja 3.22 saadaan laskettua jonkin jaksollisen funktion $x(t)$

sisältävien taajuuksien amplitudit a_n ja b_n. Näiden avulla voitaisiin piirtää kyseiselle funktiolle intensiteetti-taajuus-spektri. [11, 14]

Tämä on siis esimerkki tavasta, jolla Fourier-muunnos voitaisiin tässä tapauksessa suorittaa. Asiaa näin tarkasteltuna saadaan Fourier-muunnos tehtyä vain jaksollisille funktioille. Tämä ei siis ole Fourier-muunnoksen määritelmä yleisessä muodossa. Fourier-muunnos voidaan tehdä myös funktioille, jotka eivät ole jaksollisia.

Tietokone ei kuitenkaan pysty käsittelemään jatkuvaa analogista signaalia. Signaali pitää muuttaa digitaaliseksi ottamalla siitä näytteitä (sample). Sitten näytteeseen tehdään diskreetti Fourier-muunnos. Logiikka on kuitenkin hyvin samanlainen kuin edellä käydyssä esimerkissä jaksollisen funktion tapauksessa. Diskreetti Fourier-muunnos (DFT) saadaan laskettua FFT (Fast Fourier Transform) algoritmilla, jolla saadaan suoritettua nopeasti analysoitavasta digitaalisesti signaalista Fourier-muunnos. [11, 14]

3.4 Reaalinen kieli

Tähän asti on oletettu, että kielen taivuttaminen ei tarvitse voimaa. Tämä ei pidä paikkaansa reaalisen kielen tapauksessa. Kieltä taivutettaessa sen ulkoreuna laajenee ja sisäreuna puristuu kasaan. Tästä aiheutuu voima, joka pyrkii palauttamaan kielen kohti tasapainoasemaa. Kielen jäykkyys on yksi erittäin olennaisista asioista, joka erottaa ideaalisen kielen reaalisesta. Pienillä aallonpituuksilla eli suurilla taajuuksilla kieli taipuu enemmän, jolloin jäykkyydestä aiheutuva palauttava voima on suurempi. Kielessä esiintyvä jäykkyys vaikuttaa olennaisesti siinä esiintyvien yläsävelien taajuuksiin. [10]

Kimmokerroin on suure, jonka avulla mallinnetaan kiinteiden kappaleiden, kuten kielen jäykkyyttä. Toisin sanoen se kuvaa kielen kykyä vastustaa sen pituudessa tapahtuvia muutoksia. Analoginen suure jousien yhteydessä on jousivakio. Kieli taipuu vasaran osuessa siihen, ja taipuminen saa kielessä aikaan palauttavan voiman kohti tasapainoasemaa.

Aikaisemmin ideaalisen kielen tapauksessa otettiin huomioon vain jännityksestä aiheutuva voima *T*, mutta seuraavaksi tarkastellaan, miten reaalisessa kielessä esiintyvä jäykkyys vaikuttaa kielessä esiintyviin taajuuksiin. [9, 15]

Kielessä esiintyville taajuuksille saadaan yhtälö:

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T_S}{\mu}}\sqrt{(1 + Bn^2)}\ , \tag{3.23}$$

missä B on epäharmonisuuskerroin, joka määritellään:

$$B = \frac{\pi^3 Y d^4}{64 T_S L^2}, \tag{3.24}$$

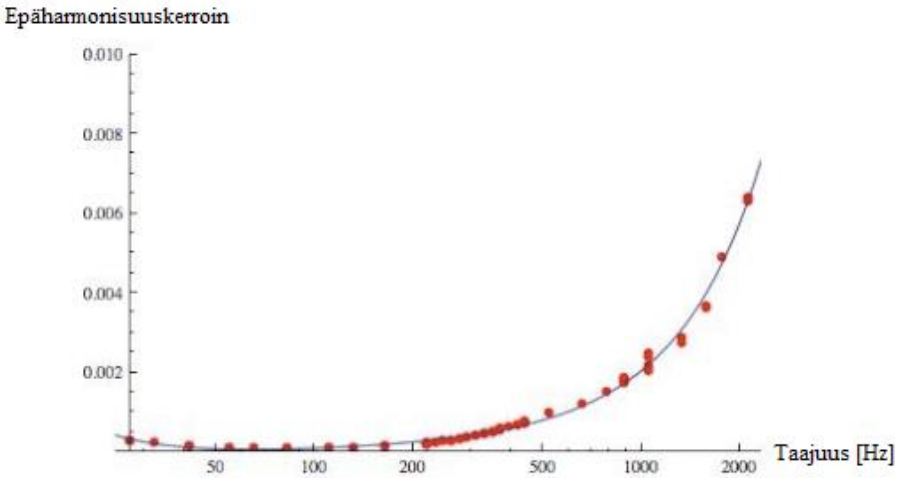
missä Y on kimmokerroin ja d on kielen halkaisija. [10] Yhdistetään vielä yhtälöt 3.23 ja 3.10:

$$f_n = n f_1 \sqrt{(1 + Bn^2)} \tag{3.25}$$

Epäharmonisuuskerroin voidaan määritellä toisellakin tavalla ratkaisemalla se yhtälöstä 3.25:

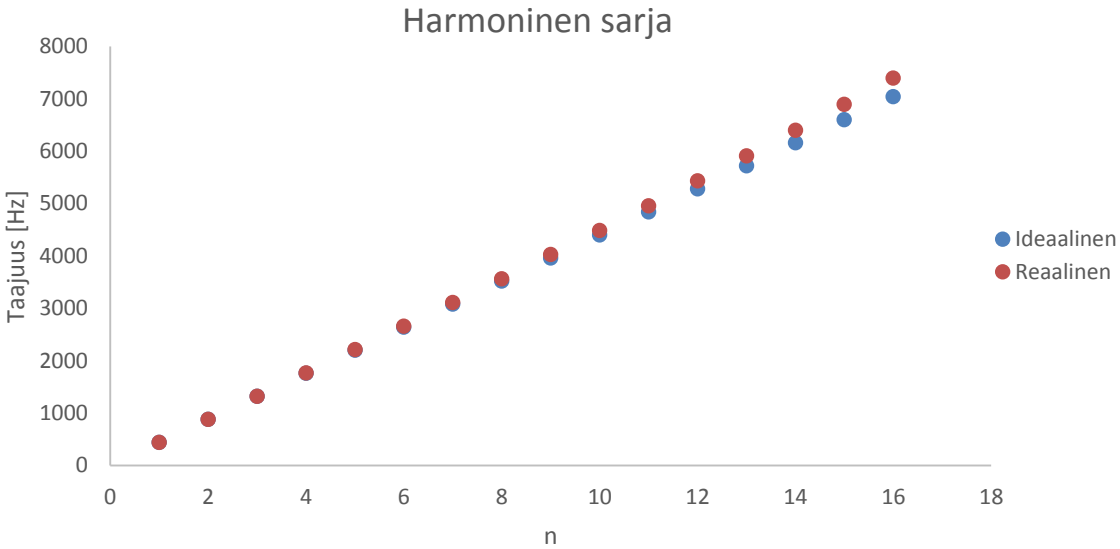
$$B = \frac{1}{n^2}\left[\left(\frac{f_n}{n f_1}\right)^2 - 1\right] \tag{3.26}$$

Tarkastellaan teräksistä kieltä, jonka perustaajuus on 440 Hz. Tyypillisesti epäharmonisuuskerroin B on pianon keskitaajuuksilla noin 0,0004. Toisaalta epäharmonisuuskerroin suurenee mentäessä bassoalueen taajuuksilta kohti diskanttialueen taajuuksia. [5, 8] Ilmiötä havainnollistaa kuva 3.7, jossa ovat Steinway & Sonsin B-mallin flyygelin kielten epäharmonisuuskertoimien arvot taajuuden suhteen. Kuvasta nähdään, että epäharmonisuuskerroin pienenee ensin lähdettäessä matalimmista sävelistä, jonka jälkeen saa miniminsä ja lähtee kasvuun. [16]



Kuva 3.7 Steinway & Sonsin B-mallin flyygelin epäharmonisuuskertoimet taajuuden suhteen. Taajuusakseli on skaalattu logaritmisesti. [16]

Kuvassa 3.8 nähdään esimerkki kielen jäykkyydestä aiheutuvasta vaikutuksesta kielessä esiintyvien yläsävelien taajuuksiin. Reaalisen kielen taajuudet on laskettu yhtälöllä 3.25, jossa epäharmonisuuskertoimen arvona käytettiin 0,0004 ja perustaajuutena 440 Hz. Taulukko 3.1 sisältää kuvassa 3.8 nähtävän datan.



Kuva 3.8 Yläsävelien taajuudet ideaaliselle ja reaaliselle kielelle. Kuvassa tarkastellaan perustaajuutta 440 Hz (n=1) ja 15:sta ensimmäistä yläsäveltä.

Taulukko 3.1 Ideaalisten ja reaalisten yläsävelien taajuudet.

n	Ideaalinen [Hz]	Reaalinen [Hz]
1	440	440
2	880	880,7
3	1320	1322
4	1760	1767
5	2200	2211
6	2640	2659
7	3080	3110
8	3520	3565
9	3960	4024
10	4400	4487
11	4840	4956
12	5280	5430
13	5720	5910
14	6160	6370
15	6600	6891
16	7040	7392

Kuvasta 3.8 on helposti nähtävissä, että kielen jäykkyydestä aiheutuva palauttava voima vaikuttaa enemmän korkeissa kuin matalissa taajuuksissa. Korkeilla taajuuksilla esiintyy lyhyitä aallonpituuksia, joten kieli taipuu enemmän. Tällöin taivutuskohtaan kohdistuva palauttava voima on suurempi.

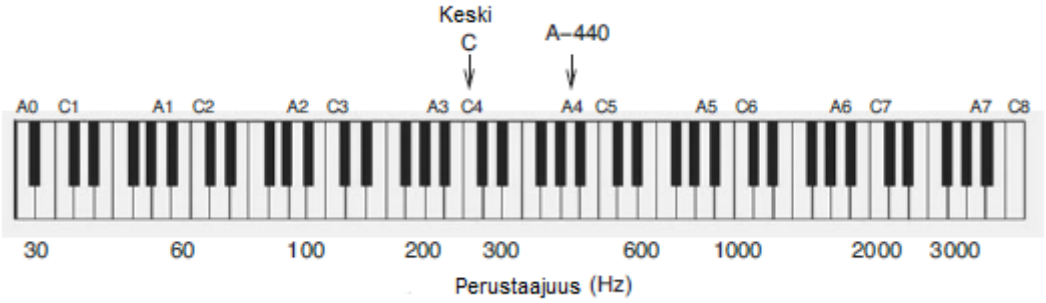
Kielen jäykkyys riippuu monesta asiasta, ja sitä yritetään pianon suunnittelussa ottaa huomioon mahdollisimman monella tavalla. Yksi vaihtoehto on tehdä kielistä mahdollisimman ohuita ja virittää ne siten, että jännitysvoima on mahdollisimman suuri. Tämä voidaan perustella yhtälöllä 3.24. Kerroin B on suoraan verrannollinen kielen säteen neljänteen potenssiin ja kääntäen verrannollinen kielen jännitysvoiman neliöön. Kielten jännitysvoima on yleensä säädetty 30 % - 60 % sen murtolujuudesta, ja on itsestään selvää, että sitä ei voida mielivaltaisen suureksi kasvattaa. Yhtenä vaihtoehtona on myös kasvattaa kielen pituutta, jolloin samalla kasvavat myös pianon fyysiset mitat. Tämä on yksi syy siihen, miksi kalleimmat konserttiflyygelit ovat myös hyvin kookkaita.

Bassokielten tapauksessa törmätään ongelmaan, koska erittäin matalia taajuuksia haluttaessa ei kielen pituutta voida loputtomiin asti kasvattaa. Jos oletetaan, että taajuuksia pudotettaisiin matalammaksi vain kielen pituutta säätelemällä, niin bassoalueen kielistä tulisi aivan liian pitkiä. Esimerkiksi, jos säveltä 440 Hz vastaavan kielen pituus olisi 1.5 m, niin yhtälöstä 3.11 nähdään helposti, että 44 Hz taajuudella bassokielen täytyisi olla 15 m pitkä. Tästä johtuen ainut tapa on kasvattaa kielen halkaisijaa massan saavuttamiseksi, joka aiheuttaa seuraavan ongelman kielen jäykkyyden kasvaessa. Jos kielen materiaali pidetään vakiona, niin massan kasvattaminen lisää sen paksuutta, joka luonnollisesti lisää siinä esiintyvää jäykkyyttä ja epäharmonisuutta. Useimmat valmistajat ovat kiertäneet tämän ongelman tekemällä punottuja kieliä. Kaikessa yksinkertaisuudessaan nämä valmistetaan pyörittämällä metallijohtoa kielen ympärille. Tämä on kätevä keino lisätä kielen massaa, mikä ei kuitenkaan lisää merkittävästi kielessä esiintyvää jäykkyyttä. Tyypillisesti kielen ympärille pyöritetään kuparia. Alla on kuva 3.9 punotuista kielistä. [5, 7]

Kuva 3.9 Steinway & Sonsin valmistaman D-mallin flyygelin punotut bassokielet. [17]

3.5 Epäharmonisuus

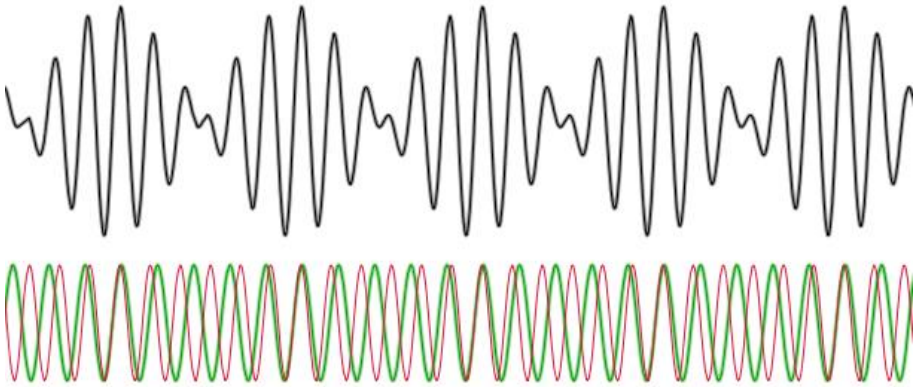
Reaalisessa kielessä esiintyy jäykkyyttä, joten siinä harmoninen sarja ei ole täydellinen. Kuvasta 3.8 nähdään, että ensimmäisten yläsävelten tapauksessa reaalisen kielen käytös vastaa hyvällä tarkkuudella ideaalista kieltä, mutta eroja alkaa syntymään taajuuksien kasvaessa. Tämä aiheuttaa kieliin epäharmonisuutta (inharmonicity), joka vaikuttaa olennaisesti pianojen sointiin. Se on yleensä haluttu ominaisuus pianoissa, jos sitä ei ole liikaa. Tosin asia on myös hyvin subjektiivinen. [5, 7, 8]



Kuva 3.10 Kuvassa nähdään pianon koskettimisto, jossa on merkattu tietyille sävelille perustaajuudet näkyviin. Muokattu [5]

Otetaan seuraavaksi esimerkki kielissä esiintyvästä epäharmonisuudesta. Tarkastellaan sen vaikutusta pianon sointiin ja virittämiseen. Tarkastellaan kuvaa 3.10. Jos viritetään keski-C:n yläpuolella oleva sävel A4 vastaamaan täsmälleen taajuutta 440 Hz, niin silloin sen ensimmäinen yläsävel vastaa taajuutta, joka on hieman 880 Hz yläpuolella. Tällöin oktaavia korkeammalla sijaitseva sävel A5 tulee virittää taajuudelle, joka vastaa A4:n ensimmäisen yläsävelen taajuutta. Tästä aiheutuu ilmiö, jota kutsutaan oktaavien venymiseksi. Oktaavit eivät pysy ideaalisina kaksinkertaisina taajuuseroina, vaan venyvät jatkuvasti mentäessä A4 sävelestä ylempiin ja alempiin taajuuksiin. [5] Pianoa viritettäessä on pakko tehdä tiettyjä kompromisseja. Jos esimerkiksi valitaan pianon A4 sävel viritettävän taajuuteen 440 Hz, niin on mahdoton virittää kaikki muut sen alapuolella olevat sävelet siten, että niiden tietyt yläsävelet vastaavat aina tätä kyseistä taajuutta. Hyvältä kuulostava vire on tietenkin subjektiivinen asia, mutta usein pianot viritetään äsken käydyn esimerkin mukaisesti eli venytetään oktaaveja. (octave stretching) [5]

Jos yllä mainitun esimerkin tilanteessa tätä viritystä ei toteuteta, niin sävelen A4 toinen yläsävel ja sävelen A5 perussävel ovat eri taajuudella. Tällöin soitettaessa yhtä aikaa sävelet A4 ja A5 kuuluu selvää huojuntaa, joka ei ole haluttu ominaisuus pianon soinnissa. Huojunta johtuu eri taajuudella olevien ääniaaltojen interferenssistä. Kuva 3.11 demonstroi tilannetta. Eri taajuudet interferoivat vuorotellen konstruktiivisesti ja destruktiivisesti. Toisin sanoen sammuttavat ja vahvistavat toisiaan vuorotellen tietyn ajan kuluessa. Aikaväli riippuu sävelien taajuuserosta. Kuvassa 3.11 alla olevat punainen ja vihreä aalto voisivat vastata esimerkiksi A4 toista yläsäveltä ja A5 perussäveltä yhden Hertzin taajuuserolla. Tällöin huojuntakin esiintyy taajuudella 1 Hz. Ihminen pystyy havaitsemaan huojuntaa, joka esiintyy alle 10 Hz taajuudella, aina jopa muutamaan Hertzin kymmenesosaan asti. Jos palataan vielä esimerkkiin oktaavien venymisestä, niin taulukosta 3.1 nähdään, että sävelen A440 ensimmäinen yläsävelen taajuus on noin 880,7 Hz. Taajuuseroksi jää 0,7 Hz, jos seuraava oktaavi viritetään 880 Hz. Tämä kuullaan huojuntana, jonka taajuus on 0,7 Hz. [5, 9, 10]



Kuva 3.11 Alhaalla kuvassa nähdään kaksi sinikäyrää piirrettynä yhden Hertzin taajuus erolla. Ylempänä on piirretty näiden kahden sinikäyrän summa-aalto.

Reaalista kieltä mallintaessa täytyisi ottaa vielä muitakin tekijöitä huomioon kielen jäykkyyden lisäksi. Esimerkiksi vasaran iskun jälkeen kielessä esiintyy myös pitkittäissuuntaisia värähtelyjä. [5] Tarkka kielen mallinnus jätetään tekemättä, koska se menee tämän Pro gradu -tutkielman laajuuden yli.

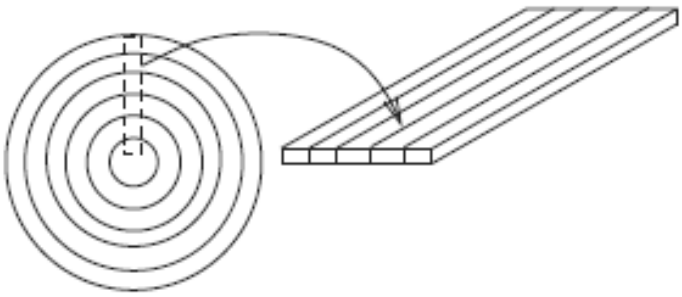
Luku IV

Kaikupohja

Luvussa tarkastellaan kaikupohjan rakennusmateriaalia ja menetelmää, jolla kaikupohja rakennetaan. Lisäksi mietitään sen värähtelyominaisuuksia. Lopuksi tarkastellaan termejä, jolla kuultava ääni voidaan tulkita.

4.1 Materiaali

Tärkein tarkoitus kaikupohjalla on saada tehokkaasti ilman molekyylit värähtelemään kielten värähtelystä saatavalla energialla. Kaikupohja on hyvin usein laadukkaissa pianoissa valmistettu kuusesta. Se valmistetaan liimaamalla yhteen pitkiä puuliuskoja puun syiden suuntaisesti. Liuskat leikataan kuusesta kuvan 4.1 tapaan. Ne ovat tyypillisesti noin 10-20 cm leveitä. [5, 8]



Kuva 4.1 Kaikupohjan kuusiliuskat valmistetaan sahaamalla puunrunkoa kuvan osoittamalla tavalla. [5]

Puun ominaisuudet vaihtelevat hyvin paljon sen mukaan, missä suunnassa sitä tarkastellaan syiden suhteen. Kaikupohjan valmistaminen edellä mainittuun tapaan mahdollistaa sen, että kaksi merkittävää tarkasteltavaa suuntaa ovat puun syihin nähden yhdensuuntainen ja kohtisuora suunta. Kimmokerroin näissä suunnissa on täysin erilainen. Puun syiden suunnassa kimmokerroin on noin 12 GN/m^2 ja kohtisuorassa suunnassa se on noin 100 kertaa pienempi. Tästä voidaan päätellä, että puu on paljon vahvempaa syiden suunnassa. Vertailukohtana esimerkiksi teräksellä kimmokerroin on noin 200 GN/m^2 ja vaahteralla noin 11 GN/m^2. [5] Selvyyden vuoksi alla on yhtälö 4.1, jossa kimmokerroin Y on määritelty matemaattisesti.

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L}, \tag{4.1}$$

missä F on voima, A on pinta-ala, jolle voima kohdistuu, L on kappaleen pituus ja ΔL on pituus, jonka verran kappale puristuu kasaan. [9]

Tärkein ominaisuus värähtelyjä määrittelevien ominaisuuksien kannalta ei ole kuitenkaan pelkkä kimmokerroin, eikä se kuusella olekaan merkittävästi poikkeuksellinen verrattuna muihin puulaatuihin. Sen sijaan kuusessa poikkeuksellista on sen kimmokerroin-tiheys-suhde Y/ρ. Kuusen Y/ρ suhde on suuri verrattuna useimpiin materiaaleihin. Se on esimerkiksi 20 % suurempi kuin teräksellä. Kuusen tiheys on noin 0.4 g/cm^3. [5]

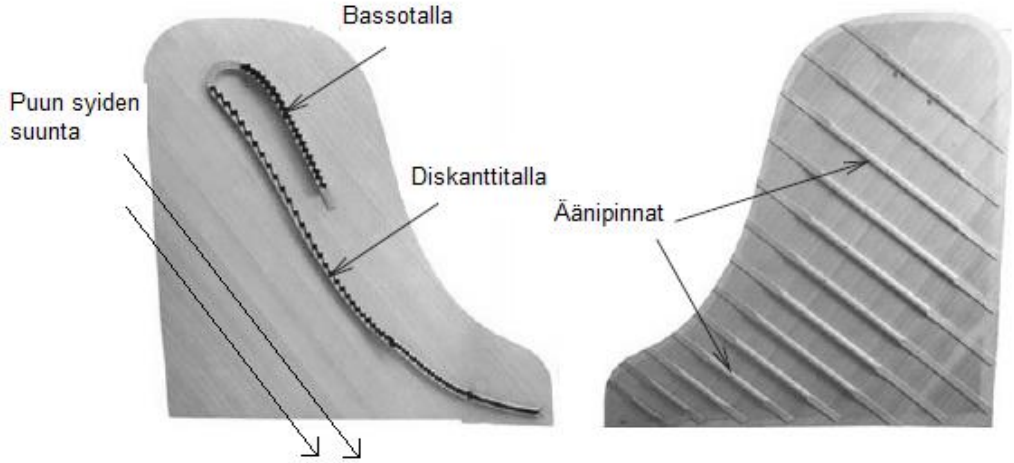
4.2 Äänipinnat ja tallat

Yleensä pianossa on kaksi tallaa, joiden kautta kielten värähtelyenergia siirtyy kaikupohjaan. Bassokielet tulevat kiinni lyhempään tallaan, ja pidempi talla on keskiäänien sekä diskanttialueiden kieliä varten. Bassotalla on 2-3 cm korkeampi kuin diskanttitalla, koska bassokielet kulkevat diskanttikielten yli. Tallojen suunnittelulla on suuri merkitys monen asian kannalta. Valmistaja voi hyvin paljon vaikuttaa niiden suunnittelulla kaikupohjasta kuultavan äänen voimakkuuteen, kestoon ja äänenväriin. [8]

Kaikupohjan takapuolelle tulee kiinni äänipinnoja, jotka on asetettu kohtisuoraan puun syihin nähden. Äänipinnojen tarkoitus on lisätä kaikupohjan jäykkyyttä syitä vastaan kohtisuorassa suunnassa, jotta saataisiin se mahdollisimman paljon samalle tasolle kuin syiden suuntaisessa suunnassa. Tämä parantaa huomattavasti kaikupohjan

värähtelyominaisuuksia. Äänipinnat suippenevat kaikupohjaa reunoille päin mentäessä, mikä antaa lisä joustavuutta kaikupohjalle, etenkin bassotaajuuksilla. Lisäksi äänipinnat vaikuttavat merkittävästi kaikupohjassa esiintyvään mekaaniseen impedanssiin, jota käsitellään myöhemmin. Äänipinnojen ja tallojen asettelu kaikupohjaan nähdään kuvasta 4.2.

Kaikupohja ei ole täysin tasainen pinta, vaan jännittämättömänä hieman kupera kieliin päin. Tyypillinen kaarevuus-säde on noin 25 m. Kielet aiheuttavat voiman, joka kohdistuu tallojen kautta kaikupohjaan. Yksi kieli voi aiheuttaa 10 N – 20 N voiman kaikupohjaan, joten 240 kieltä aiheuttaa 2400 N – 4800 N voiman. Tästä johtuen kaikupohja suoristuu jonkin verran ja jää jännitykseen. Pianon ikääntyminen aiheuttaa sen, että kaikupohja voi kokea pysyvän muodonmuutoksen ja sen jännitys pienenee. Tämä vaikuttaa epäedullisesti pianon sointiin. [8]



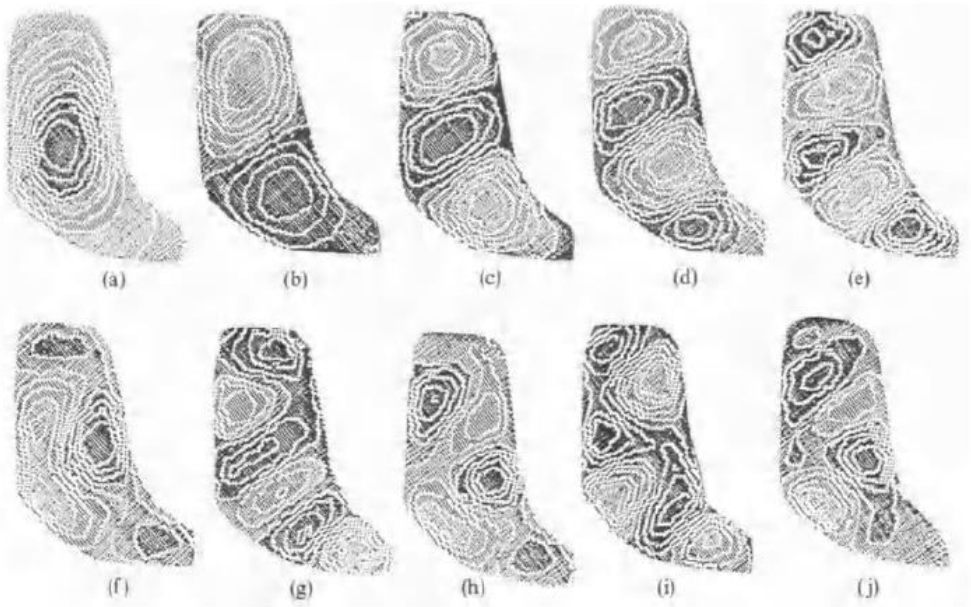
Kuva 4.2 Flyygelin kaikupohja kuvattuna edestä ja takaa. Muokattu [5]

4.3 Värähtely

Kielet kohdistavat tallojen välityksellä voiman kaikupohjaan, joka saa sen värähtelemään. Kielten värähtely on jaksollista, joten kaikupohjaan kohdistuva voima on myöskin jaksollinen. Kaikupohjan värähtelyssä on selvä analogia kielten värähtelyissä esiintyviin

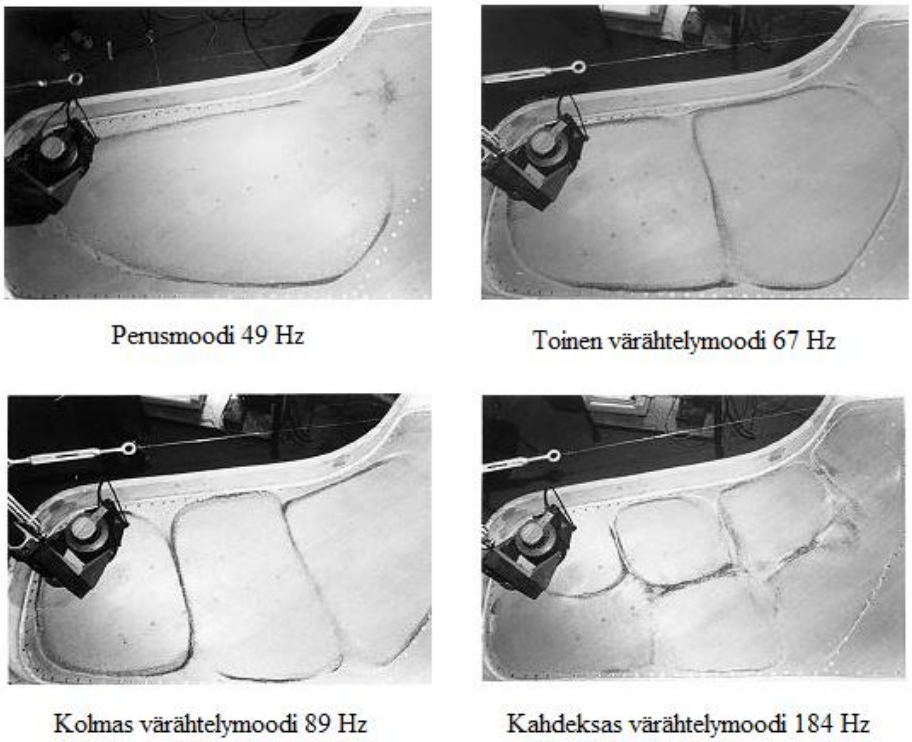
värähtelymoodeihin. Kuitenkin niistä tulee paljon monimutkaisempia, koska käsitellään tason värähtelyä.

Kuvassa 4.3 nähdään 2,75 m pitkän konserttiflyygelin kaikupohjan värähtelyjä eri taajuuksilla. Ensimmäisen (a) kohdan värähtelyä sanotaan kaikupohjan perusmoodiksi (breathing/fundamental mode), jossa koko kaikupohja värähtelee reunojaan myöten. Tämä vastaa matalinta mahdollista taajuutta, jolla kaikupohja voi värähdellä. Mitä suurempi flyygeli on fyysisiltä mitoiltaan, niin sitä matalampi on perusmoodin taajuus. Hyvänä analogiana toimii kielen pituuden vaikutus perustaajuuteen. Kuvan 4.3 suhteellisen kookkaan konserttiflyygelin kaikupohjan perustaajuus on 52 Hz. Pienemmissä pianoissa kaikupohjan pienien mittojen takia perusmoodi voi olla jopa yli 75 Hz. Kaikupohjan värähtely ei kuitenkaan noudata samanlaista harmonista sarjaa kuin kielten tapauksessa. Kuvasta 4.3 nähdään, että toinen värähtelymoodi (b) muistuttaa hyvin paljon kielen toisen yläsävelen värähtelyä. Kaikupohjan etuosa ja takaosa värähtelevät keskiosan pysyessä paikallaan. Toisen värähtelymoodin taajuus on kuitenkin 63 Hz, joka on vain 11 Hz enemmän kuin perusmoodin taajuus. [5, 8]



Kuva 4.3 Konserttiflyygelin mahdollisia värähtelymoodeja: (a) 52 Hz; (b) 63 Hz; (c) 91 Hz; (d) 106 Hz; (e) 141 Hz; (f) 152 Hz; (g) 165 Hz; (h) 179 Hz; (i) 184 Hz; (j) 188 Hz [8]

Tarkastellaan vielä kuvaa 4.4, jossa kaikupohjan värähtelyä on mallinnettu enemmän konkreettisella tavalla. Kuvassa kaikupohjan päälle on levitetty erittäin hienojakoista jauhetta, jonka jälkeen se on laitettu värähtelemään taajuusgeneraattorin avulla. Värähtelyn energian kasvaessa riittävän suureksi hienojakoisen jauheen hiukkaset alkavat liikkumaan ja asettuvat kohtiin, jossa kaikupohja ei liiku. Nämä kohdat ovat kaikupohjaan syntyvien seisovien aaltojen solmukohtia. Kyseessä ei ole saman flyygelin kaikupohja kuin kuvassa 4.3. [7]



Kuva 4.4 Kaikupohjan värähtely kuvattuna taajuusgeneraattorin ja jauheen avulla. [7]

Haasteet kaikupohjan mallintamisessa 4.4

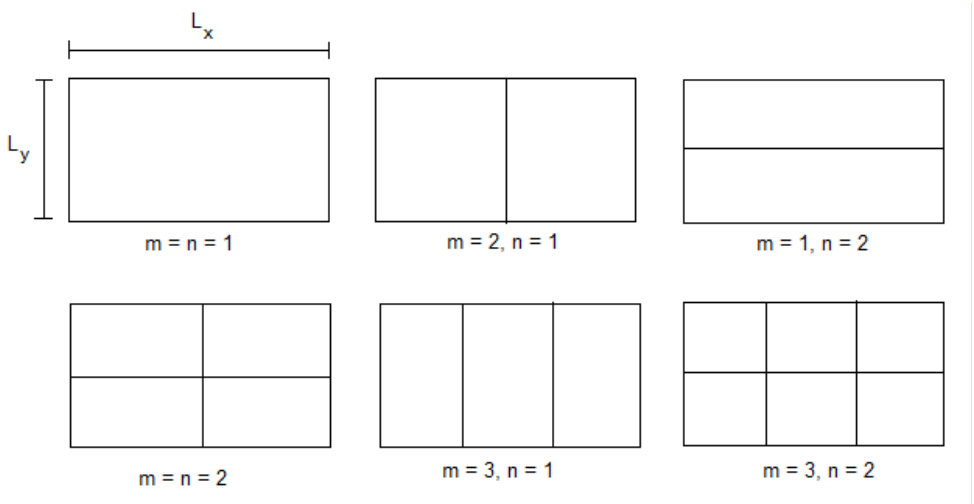
Jos kaikupohjaa mallinnetaan suorakulmiona, niin sille voidaan kirjoittaa yhtälö [8]:

$$f_{mn} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{\sigma}}\sqrt{\frac{m^2}{L_x^2} - \frac{n^2}{L_y^2}}\,, \tag{4.2}$$

missä m, n = 1, 2, 3…, f_{mn} on värähtelymoodin taajuus, T on levyä tasapainoasemasta poikkeuttava voima ja σ on tiheys. L_x ja L_y ovat levyn sivujen pituudet.

Tällä varsin yksinkertaisella yhtälöllä 4.2 pystytään helposti mallintamaan tiettyjä kaikupohjassa esiintyviä värähtelymoodeja. Tämän osoittaa esimerkiksi kuvien 4.4 ja 4.5 vertaileminen. Yhtälö on johdettu värähtelevälle kaksiulotteiselle suorakulmiolle lähteessä [8].

On selvää, että kaikupohjan rakenne on oikeasti paljon monimutkaisempi, kuten kuvasta 4.2 nähdään. Tästä monimutkaisesta rakenteesta johtuen siinä esiintyvien värähtelymoodien tarkka mallinnus menee erittäin työlääksi. Värähtelymoodit riippuvat monesta tekijästä. Päätekijöitä ovat kaikupohjan materiaali, koko, muoto, paksuus ja syiden suunnat. Lisäksi suurena osana vaikuttaa äänipinnojen materiaali, mitat ja sijoittelu kaikupohjaan. Muutamia pienempiä tekijöitä ovat pianon kotelon ominaisuudet, johon kaikupohja kiinnittyy. Tarkka mallinnus jätetäänkin käsittelemättä, koska se menee tämän Pro gradu -tutkielman laajuuden yli. [5, 7, 8]



Kuva 4.5 Yhtälöllä 4.2 toteutettu yksinkertainen malli suorakulmion kuudesta erilaisesta värähtelymoodista. Suorakulmioiden sisällä kulkevat viivat kuvaavat solmukohtia. Muokattu [8]

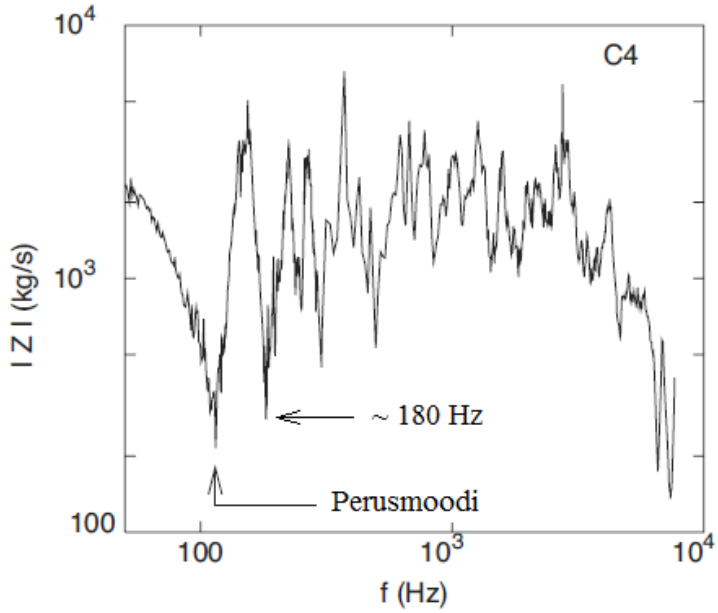
Mekaaninen impedanssi 4.5

Yksi tärkeä suure, jolla voidaan hyvin mallintaa kaikupohjan värähtelyominaisuuksia, on mekaaninen impedanssi. Se määritellään kaikupohjan tapauksessa sen pisteeseen kohdistetun voiman ja pisteen nopeuden suhteena. Sitä siis voidaan mitata kohdistamalla johonkin kaikupohjan pisteeseen voima ja mittaamalla sen jälkeen tämän pisteen nopeus kaikupohjan liikkuessa. Se on kätevä tapa määritellä, kuinka hyvin kielten värähtelyenergia siirtyy kaikupohjan värähtelyenergiaksi. Matemaattisesti mekaaninen impedanssi määritellään seuraavasti:

$$z = \frac{F}{v}, \tag{4.3}$$

missä Z on mekaaninen impedanssi, F on voima ja v on nopeus.

Järkevimmät kohdat tarkastella kaikupohjan mekaanista impedanssia on tallan kiinnityskohta, minkä yli kielet kulkevat. Kiinnityskohdassa kielistä aiheutuva voima vaikuttaa tallan välityksellä kaikupohjaan. Haluttu ominaisuus olisi, että tässä kyseisessä kohdassa kaikupohja värähtelisi tehokkaasti kielen värähtelyssä esiintyvillä yläsävelien taajuuksilla. Kuvassa 4.6 on mitattu pystypianosta irrotetun kaikupohjan mekaaninen impedanssi taajuuden funktiona. Kaikupohja on irrotettu pianosta siksi, että mittaaminen olisi helpompaa. Kielillä ja niiden kaikupohjaan aiheuttamalla voimalla on vain pieni vaikutus kaikupohjan värähtelyominaisuuksiin. [5]



Kuva 4.6 Mekaaninen impedanssi taajuuden funktiona. Taajuudet ovat välillä 50 Hz – 10000 Hz, ja taajuusakseli ei ole lineaarisesti skaalattu. Muokattu [5]

Kuvan 4.6 data on saatu suorittamalla mittaus diskanttitallan ja kaikupohjan kiinnityskohdasta säveltä C4 vastaavien kielten kohdalta. Mitä suurempi on mittapisteen nopeus, niin sitä pienempi on mekaaninen impedanssi. Tämä on nähtävissä myös yhtälöstä 4.3, jos pisteeseen kohdistuvaa voimaa pidetään vakiona. Pienimmän mekaanisen impedanssin kohdista nähdään, milloin kaikupohja värähtelee tehokkaimmin, toisin sanoen millä taajuuksilla värähtelyenergia siirtyy parhaimmalla hyötysuhteella kaikupohjaan. Kuvaan 4.6 on merkattu matalin taajuus, jolla kaikupohja värähtelee parhaiten. Tämä taajuus vastaa kaikupohjan perusmoodia, joka on tämän kaikupohjan tapauksessa hieman yli 100 Hz. Myös noin 180 Hz kohdalla kaikupohjan mekaaninen impedanssi on vähäinen. Tämä taajuus vastaa kaikupohjan toista värähtelymoodia. Näin mekaanisen impedanssin avulla pystytään etsimään kaikupohjan värähtelymoodeja.

Mekaaninen impedanssi alkaa rajusti kasvamaan mentäessä kaikupohjan perusmoodia alemmille taajuuksille, kuten kuvasta 4.6 nähdään. Tämä tarkoittaa sitä, että kaikupohja ei värähtele kunnolla eikä pysty vahvistamaan säveliä joiden taajuus on alle perusmoodin taajuuden. Myös tämän asian takia konserttiflyygelit pyritään tekemään mahdollisimman

suuriksi. Suuri kaikupohja mahdollistaa matalan perusmoodin. Esimerkiksi kuvan 4.3 flyygelin kaikupohja on jo melko kookas ja sen perusmoodi onkin 52 Hz.

Kuvasta 4.6 nähdään, että kaikupohjan mekaaninen impedanssi vaihtelee hyvin paljon riippuen taajuudesta, jolla voima kohdistuu siihen. Lisäksi se vaihtelee riippuen mistä kohdasta kaikupohjaa sitä mitataan. Tavoitteena olisi, että kaikupohja ei vahvistaisi liikaa eikä liian vähän mitään sävelissä esiintyvien harmonisen sarjan taajuuksia. Toisin sanoen harmonisen sarjan taajuudet eivät saa osua taajuuksille, joissa kaikupohjan mekaaninen impedanssi on hyvin pieni tai suuri. Esimerkiksi jos jonkin sävelen perustaajuus osuisi täsmälleen jonkin kaikupohjan värähtelymoodin kohdalle, se todennäköisesti korostuisi aivan liikaa suhteessa yläsäveliin, mikä vaikuttaisi paljon kyseisen sävelen äänenväriin. Kuvasta 4.6 nähdään, että alle 1000 Hz eteenpäin impedanssikäyrä on suhteellisen tasainen, joten keskialueen äänissä tämän kaikupohjan tapauksessa ei tulisi näitä edelle mainittuja korostus ongelmia. Keski-C:n eli C4 sävelen perustaajuus on noin 261 Hz, joten suurimmat piikit impedanssikäyrässä jäävät tämän taajuuden alapuolelle, eivätkä vaikuta perussävelien ja yläsävelien taajuuksiin. [5, 8, 18]

Äänen tulkitseminen 4.6

Tietyt äänilähteet värähtelevät vain yhdellä taajuudella, jolloin muodostuu ääni, joka sisältää ainoastaan tämän kyseisen taajuuden. Tällaista ääntä kutsutaan puhtaaksi ääneksi tai säveleksi (pure tone) ja sitä voidaan mallintaa täydellisellä siniaallolla. Kuitenkin puhtaat sävelet ovat luonnossa hyvin harvinaisia, ja mikään musikaalinen instrumentti ei tuota niitä. Instrumenttien sävelet koostuvat monesta eri taajuudesta, kuten luvussa kolme pianon tapauksessa todettiin. Tästä johtuen on olemassa kolme elementtiä, joilla pianon säveltä voidaan kuvailla: Äänekkyys (loudness), äänenkorkeus (pitch) ja äänenväri (timbre). Äänenkorkeutta ja äänenväriä tulkitaan kuuloastin avulla, jota ei ole vielä fysiikan keinoin pystytty täysin mallintamaan. Siksi näitä kahta termiäkään ei voi eksaktisti fysiikan termein määritellä, mutta voidaan kuitenkin tarkastella, mistä asioista ne riippuvat.

Instrumentin sävelen äänenväri riippuu yläsävelien määrästä. Lisäksi olennaisesti vaikuttaa, miten energia jakautuu näiden yläsävelien kesken, toisin sanoen yläsävelien suhteelliset voimakkuudet. Luvussa 3.3 kuvatulla Fourier-muunnoksella voidaan tutkia

näitä taajuuksia ja niiden suhteellisia intensiteettejä. Sama sävel soitettuna pianolla, viululla ja huilulla voi kuulostaa täsmälleen yhtä korkealta, ja se voi sisältää täsmälleen samat taajuudet. Ainoastaan näiden taajuuksien intensiteettien suhde vaihtelee, mikä tekee sävelestä ominaisen kuuloisen. Tästä syystä instrumentit kuulostavat erilaiselta.

Äänenkorkeus on kuuloaistin ominaisuus, jonka avulla äänet luokitellaan mataliksi tai korkeiksi. Se riippuu pääasiassa sävelen sisältämistä taajuuksista, mutta lisäksi myös äänenvoimakkuudesta. Puhtaan sävelen äänenkorkeus on yksinkertaista tunnistaa, koska se koostuu vain yhdestä taajuudesta. Jos kahta eritaajuuksista puhdasta säveltä soitetaan, niin kuuloaisti luokittelee korkeammaksi sävelen, jolla on suurempi taajuus. Pianon sävel sisältää useampia taajuuksia, joten asia ei ole näin yksinkertainen. Pianon sävelen äänenkorkeus voidaan määritellä kuten luvussa 3.1 siten, että se vastaa sävelen perustaajuuden äänenkorkeutta. Toisaalta matalimmissa pianon sävelissä perustaajuus on yleensä hyvin heikko verrattuna yläsävelien taajuuksiin. Tämä johtuu pianojen kaikupohjan rajallisesta koosta, jota on käsitelty luvussa 4.3 ja 4.5. Perustaajuuden intensiteetti voi matalimmissa sävelissä olla tuhansia kertoja pienempi kuin voimakkaimman yläsävelen intensiteetti, mutta silti kuuloaisti tulkitsee sävelkorkeuden perustaajuuden mukaan. Itseasiassa sävelen äänenkorkeus tunnistetaan sen perustaajuuden mukaan, vaikka perustaajuus puuttuisi kokonaan. Tämä tarkoittaa sitä, että kuuloaisti tunnistaa pianon sävelestä jollain menetelmällä yläsävelien taajuuseron ja määrittelee äänenkorkeuden sen perusteella. [5]

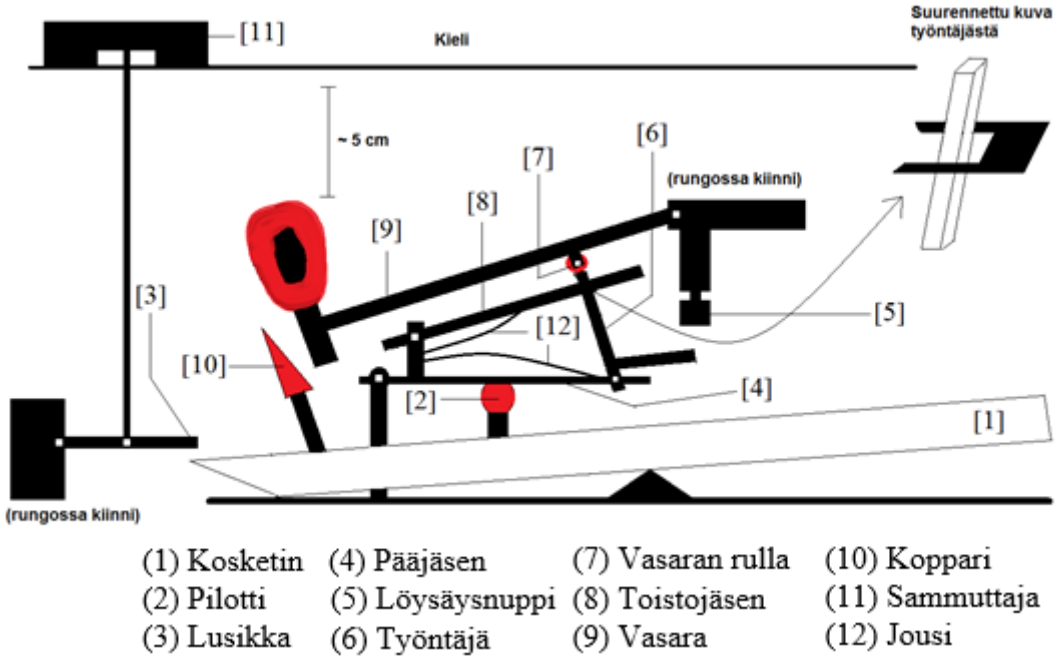
Luku V

Koneisto

Tässä luvussa esitellään lyhyesti pianon koneiston toimintaperiaate, jonka jälkeen syvennytään tarkemmin koneiston vasaraan, joka on olennainen osa pianosoinnin kannalta. Tarkastellaan vasaran rakennetta ja vuorovaikutusta kielen kanssa. Lopuksi tarkastellaan, miten vasaran rakenne vaikuttaa kieliin syntyvien yläsävelien energioihin.

5.1 Kokonaisuus

Pianon koneisto on monimutkainen kokoelma erilaisia vipuja ja jousia. Pianon koneiston avulla soittaja voi kontrolloida äänen voimakkuutta ja äänenväriä. Lisäksi koneiston erittäin nopea toiminta mahdollistaa saman sävelen soittamisen hyvin nopeasti uudestaan. Vasaran vapaa pyörimisliike, sen osuessa kieliin, on yksi pianon koneiston tärkeimpiä asioita. Tämä mahdollistaa sävelen voimakkuuden ja äänenvärin kontrolloinnin aivan uudella tavalla, mikä ei ollut pianon edeltäjillä mahdollista toteuttaa. Erilaisten pianojen koneistojen toimintaperiaatteet ovat samoja, mutta eri valmistajat lisäävät niihin omia pieniä muutoksia. Alla on yksinkertaistettu kuva 5.1 pianon koneistosta. [4, 5, 8]



Kuva 5.1 Yksinkertaistettu versio pianon koneiston tärkeimmistä osista. Osat on merkitty ja nimetty kuvaan numeroin.

Kosketinta painettaessa sen liike-energia muuttuu useiden vipujen kautta vasaran liike-energiaksi. Käydään tämä prosessi läpi vaiheittain. Kosketin (1) on kaksivartinen vipu, jonka toisessa päässä on kiinni pilotti (2). Painettaessa kosketinta pilotti nousee ylöspäin ja aiheuttaa voiman pääjäseneen (4), joka nousee siihen kiinnitettyjen komponenttien kanssa ylöspäin. Lisäksi noin puolessa välissä koskettimen liikettä sen kärki osuu lusikkaan (3), joka saa aikaan sammuttajan (11) nousemisen, jotta kieli pystyy värähtelemään vapaasti. Pääjäseneen kiinnitetty työntäjä (6) on kosketuksessa vasaraan (9) kiinnitettyyn rullaan (7). Työntäjä liukuu vasaran rullaa pitkin kuvasta 5.1 katsottuna oikealle ja samalla työntää vasaraa ylöspäin. Työntäjä pystyy liukumaan toistojäsenen sisään tehdyssä lovessa, kuten kuvassa 5.1 olevasta suurennoksesta nähdään. Työntäjän noustessa riittävän ylös sen toisessa päässä oleva tappi osuu löysäysnuppiin (5), joka kääntää työntäjää siten, että se irtoaa vasaran rullasta. Tätä hetkeä kutsutaan irrotukseksi. Vasaran ja työntäjän irtautuminen on erittäin tärkeä prosessi koko pianon koneiston toiminnan kannalta. Vasara on akseloitu runkoon kiinni ja alkaa siihen kohdistetun voiman takia pyörimään tämän akselin ympäri ja osuu kieleen. Vasaran pyörimisenergia muuttuu kielen värähtelyenergiaksi.

Koskettimen ollessa edelleen yläasennossa vasara kimpoaa kielestä takaisin, ja sen pää osuu koskettimen toiseen päähän kiinnitettyyn koppariin (10). Samaan aikaan vasaran rulla törmää sivulle väistyneen työntäjän sijasta toistojäseneen. Vasaran osuessa toistojäseneen se aiheuttaa siihen alaspäin suuntautuvan voiman, jolloin toistojäsen painuu hieman alaspäin. Tästä aiheutuu toistojäseneen ja pääjäseneen kiinni tulevan jousen (12) kokoonpuristuminen, jolloin jousi varastoi potentiaalienergiaa, ja systeemi jää jännitykseen. Kun soittaja laskee koskettimen alas, niin koppari vapauttaa vasaran. Tällöin jousi työntää toistojäsentä ylöspäin, jolloin työntäjä luiskahtaa välittömästi paikalleen vasaran rullan alle. Koneisto on uudelleen toimintakykyinen jo ennen kuin kosketin palaa takaisin yläasentoon. [4, 8]

Koneistossa on todellisuudessa muitakin osia kuin kuvassa 5.1. Kuvaan 5.1 on kuitenkin merkitty tärkeimmät osat toimintaperiaatteen ymmärtämisen kannalta. Alla on kaksi koneiston toimintaa havainnollistavaa linkkiä.

http://www.piano.christophersmit.com/popUpMotion.html [19]

https://www.youtube.com/watch?v=XArz6uCsrA0 [20]

5.2 Vasaran rakenne

Vasara on hyvin olennainen osa pianon koneistoa. Sen materiaali, osuma kohta kieliin ja kosketusaika kielten kanssa ovat merkittäviä tekijöitä pianon soinnin kannalta. Bassoalueen vasarat ovat massiivisempia kuin diskanttialueen vasarat, koska bassokielet ovat massiivisempia kuin diskanttikielet. Vasaran massan on siis oltava riittävän suuri, että sen liike-energia riittää liikuttamaan bassokieliä riittävän tehokkaasti. Kuitenkaan massaa ei saa olla liikaa, koska se vaikeuttaa soittamista ja vasaran vaikutusaika kielen kanssa kasvaa liian suureksi. Bassoalueen vasarat painavat noin 10 g ja diskanttialueella ne painavat noin 4 g. [5, 8]

Vasaran runko on valmistettu kovapuusta, ja sen pään ympärille on puristettu villaa kerroksittain. Puristus on tehty epälineaarisesti siten, että villa on tiheämpää lähempänä puurunkoa. Villan käyttäytymistä puristushetkellä ei voida mallintaa Hooken lain avulla, koska villan aiheuttama voima ei kasva lineaarisesti puristusmatkan kasvaessa. Villan puristuksesta aiheutuvaa voimaa voidaan mallintaa yhtälöllä:

$$F = Kx^{a}, \tag{5.1}$$

missä F on villan aiheuttama voima, K on keskimääräinen jäykkyys (generalized stiffness), x on puristusmatka ja a vaihtelee välillä 2.2 ja 3.5 [3, 5, 7, 8, 21]

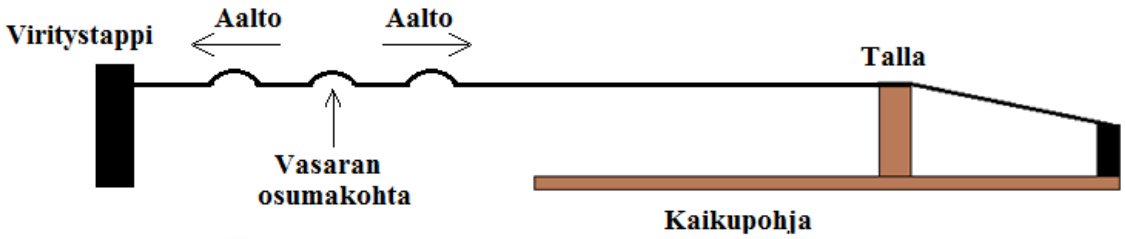
Yhtälöstä 5.1 nähdään, että villan aiheutuva voima kasvaa eksponentiaalisesti puristuksen kasvaessa. Pienillä puristusmatkoilla villan pehmeydessä tapahtuva muutos on vähäinen, joten villan puristamiseen tarvittava voima on pieni. Toisaalta suuressa puristuksessa pienet muutokset puristusmatkassa aiheuttavat suuria muutoksia villan kovuudessa ja tällöin vasaran kohdistamassa voimassa. Soittajan painaessa kevyesti kosketinta vasaran törmäysnopeus kielen kanssa on pieni, jolloin puristusmatkan jäädessä lyhyeksi villa on pehmeää. Voimakas koskettimen painallus aiheuttaa suuren puristuksen, jolloin vasaranpää on erittäin kovaa. Vasaranpään kovuudella on suuri merkitys pianosta kuultavaan äänenväriin. [5, 8]

5.3 Vasaran ja kielen vuorovaikutus

Vasaran osumakohta kieleen on myös yksi tärkeä tekijä äänenvärin kannalta. Täysin ideaalissa tilanteessa kieleen ei voi syntyä seisovan aallon solmukohtaa vasaran ja kielen vuorovaikutuspisteeseen. Esimerkiksi, jos koneisto olisi kiinnitetty flyygeliin siten, että vasarat iskisivät täsmälleen puoleenväliin kieltä, niin ensimmäinen yläsävel jäisi kokonaan pois. Lisäksi kaikki muutkin parilliset yläsävelet jäisivät pois, jolloin vaikutus äänenväriin olisi merkittävä. Tyypillisesti osumakohta on moderneissa pianoissa säädetty siten, että vasaran osumakohta on noin 1/8 osa kielen pituudesta. Tämä heikentää merkittävästi kahdeksatta yläsäveltä ja sen monikertoja, mutta ei reaalisessa tilanteessa täysin poista niitä, koska vasara ei ole pistemäinen, eikä kieli ole ideaalinen. Vasaran osumakohta on säädettävissä moderneissa flyygeleissä. [5, 7, 8]

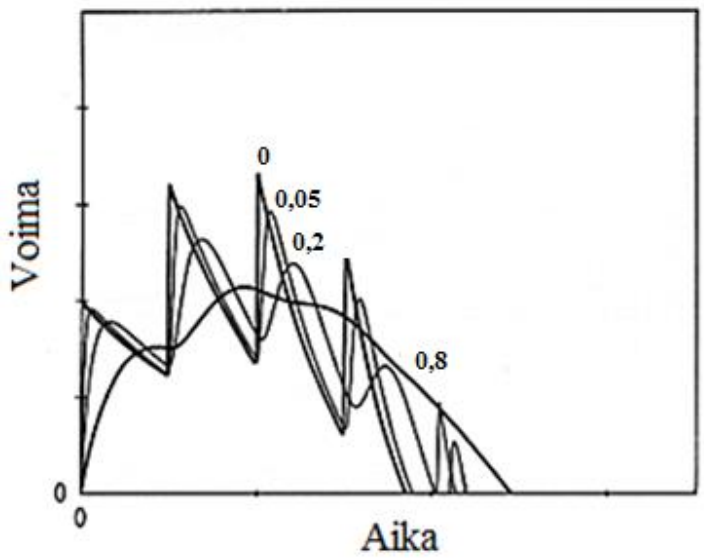
Jos tarkastellaan graafisesti vasaran ja kielen välisestä vuorovaikutuksesta aiheutuvaa voimaa ajan suhteen, niin kuvaajasta ei tule tasainen ja symmetrinen piikki, kuten voitaisiin päätellä suhteellisen kimmoisasta törmäyksestä. Tämä voidaan perustella tarkastelemalla systeemin tapahtumia vasaran ja kielen välisen vuorovaikutusajan aikana. Vasaran iskukohta on lähellä kielen toista päätä, joka on kiinnitetty viritystappiin. Tilannetta havainnollistaa kuva 5.2. Vuorovaikutusaika on suhteessa pitkä aika verrattuna

aikaan, joka kestää vasaran ensimmäisestä iskusta aiheutuvalta aallolta kulkea kielessä viritystapin ja vasaran osumakohdan välinen matka. Aalto heijastuu viritystapista takaisin ja osuu uudelleen edelleen kielen kanssa vuorovaikutuksessa olevaan vasaraan, josta taas heijastuu takaisin toistaen kyseistä sykliä muutaman kerran kunnes vasara irtoaa kielestä. Tallan kautta kulkeva pulssi ei ehdi heijastua vasarasta takaisin, koska aallon kulkema matka on tähän suuntaan paljon pitempi. [1, 5, 8]



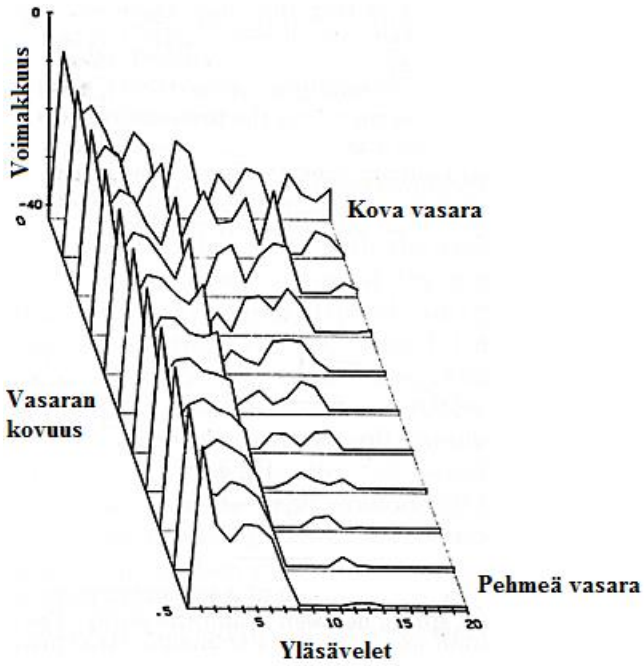
Kuva 5.2 Vasaran ja kielen vuorovaikutusta havainnollistava yksinkertaistettu esitys. Kuvaan on merkattu vasaran osuma ja sen seurauksena molempiin suuntiin syntyvät aallot kielessä.

Vasaran ja kielen vuorovaikutusta on mitattu kiihtyvyysantureiden avulla. [7] Kuvassa 5.3 on näkyvissä vasaran ja kielen vuorovaikutuksesta aiheutuva voima ajan suhteen. Mittaus on suoritettu neljällä erikovuisella vasaralla, joiden törmäysnopeus on sama ja osumakohta on 1/8 kielen pituudesta. Kovuudet on määritelty siten, että nolla tarkoittaa täydellisen kovaa (perfectly hard) vasaraa ja 0,8 melko pehmeää (rather soft). Kuvasta 5.3 nähdään, että vasaran ja kielen vuorovaikutuksesta aiheutuva voima aaltoilee viritystapin ja vasaran välillä edestakaisin liikkuvasta aallosta johtuen. Kova vasara synnyttää vaikutusajan aikana monta terävää piikkiä, ja pehmeän vasaran synnyttämä voimakäyrä on taas verrattain tasainen. Lisäksi kovemman vasaran tapauksessa vaikutusaika lyhenee. [7]



Kuva 5.3 Vasaran ja kielen vuorovaikutuksesta aiheutuva voima ajan suhteen. Kuvassa on neljä erilaista voimakäyrää, jotka on numeroitu vasaran kovuuden mukaan. Muokattu [7]

Kuvan 5.3 informaatiosta voitaisiin laskea, kuinka paljon energiaa siirtyy kielen värähtelyksi ja miten energia jakautuu syntyville yläsävelille. Vuorovaikutusta voitaisiin mallintaa sopivasti epälineaarisella jousella, jonka iskulla saataisiin kieli värähtelemään. Vuorovaikutusta kuvaavat tarkat matemaattiset mallinnukset ovat erittäin hankalia ja eivät ole järkevästi toteutettavissa kuin tietokoneen avulla. [7] Matemaattinen mallinnus jätetäänkin tekemättä, koska se menee tämän Pro gradu -tutkielman laajuuden yli. Kuva 5.4 tietokoneella lasketusta graafista, joka kuvaa miten energia jakautuu harmonisen sarjan taajuuksien kesken. Mallinnuksessa on käytetty ideaalista kieltä.



Kuva 5.4 Yläsävelien voimakkuudet vasaran kovuuden suhteen. [7]

Kuvasta 5.4 nähdään selvästi, että kova vasara virittää enemmän yläsäveliä kuin pehmeä vasara. Voimakkaalla koskettimen painalluksella saadaan vasaralle suurempi lähtönopeus, mikä tarkoittaa sitä, että vasara puristuu voimakkaasti kasaan. Voimakkaassa puristuksessa vasaran pinta on merkittävästi kovempaa kuin pienessä puristuksessa, jolloin vasaran törmäys virittää enemmän yläsäveliä. Yläsävelien määrä vaikuttaa äänenväriin, joten äänenvärin muutoksista voidaan tunnistaa voimakkuus, jolla pianisti on kunkin sävelen soittanut, vaikka pianosta kuultava ääni olisi erittäin hiljainen. [5, 7]

Värähtelevän kielen energia saadaan kokonaisuudessaan laskemalla yhteen perustaajuuteen ja mahdollisiin yläsäveliin sitoutunut energia. Perustaajuuden ja yläsävelien värähtelyn energia E_n on suoraan verrannollinen värähtelyn taajuuden neliöön f_n, amplitudin neliöön A_n, kielen lineaariseen tiheyteen μ ja kielen pituuteen L seuraavan yhtälön mukaisesti [8]:

$$E_n = \pi^2 f_n^2 \mu L A_n^2, \tag{5.2}$$

missä $n = [1,2,3, \dots]$.

Yhtälöstä 5.2 saadaan taajuudelle:

$$f_n = \sqrt{\frac{E_n}{\pi^2 \mu L A_n^2}} \tag{5.3}$$

Luku VI
Mittaukset

Tutkimuksen tavoitteena on määrittää epäharmonisuuskertoimien arvot sekä yläsävelien määrät mitatuissa pianoissa ja tutkia minkälaisia eroja niissä nähdään eri pianojen välillä. Lisäksi tutkitaan, pystytäänkö näitä kertoimia ja yläsävelien määrää tarkastelemalla perustelemaan tai päättelemään eroja pianojen rakenteisiin ja sointiin liittyen. Kolmessa eri paikassa suoritettiin mittauksia neljälle eri valmistajien flyygeleille ja yhdelle pystypianolle.

6.1 Mittalaitteistot

Kahta flyygeliä mitattiin Educa-rakennuksessa, joka sijaitsee Itä-Suomen yliopiston Joensuun kampuksella. Laitteisto koostui kahdesta mikrofonista, Vernier-Labquest yksiköstä ja tietokoneesta. Flyygelit olivat kahdelta eri valmistajalta: August Förster ja Estonia. Flyygelit mitattiin käyttäen kuvassa 6.1 näkyvää asetelmaa. Mikrofoneina käytettiin Vernierin omaa mikrofonia ja Zoom H4 -mikrofonia, jotka olivat molemmat 30 cm etäisyydellä kielistä ja sijoitettu mahdollisimman lähelle toisiaan. Mikrofonit sijaitsivat keski-alueen kielten yläpuolella hieman vasaroiden iskukohdasta eteenpäin.

Flyygeleistä mitattiin kaikki A sävelet. Vernier-mikrofonin mittaus toteutettiin siten, että mittaus kytkettiin tietokoneelta päälle, jonka jälkeen assistentti painoi halutun sävelen pianosta. Zoom H4 -mikrofonissa oli oma tallennuslähde integroituna, ja kyseinen mikrofoni oli koko mittauksen ajan päällä. Vernier-mikrofonilla tehty mittausdata hylättiin, koska siinä esiintyi todella voimakasta taustakohinaa. Taustakohinaa yritettiin

erikseen nauhoittaa, jotta se olisi voitu vähentää muusta mitatusta datasta, mutta vähentämisen jälkeenkin taustakohina peitti signaalin alleen. Lisäksi kokeiltiin kahta eri Vernier-mikrofonia ja Labquest-yksikköä, mutta tästäkään ei ollut taustakohinan suhteen apua.

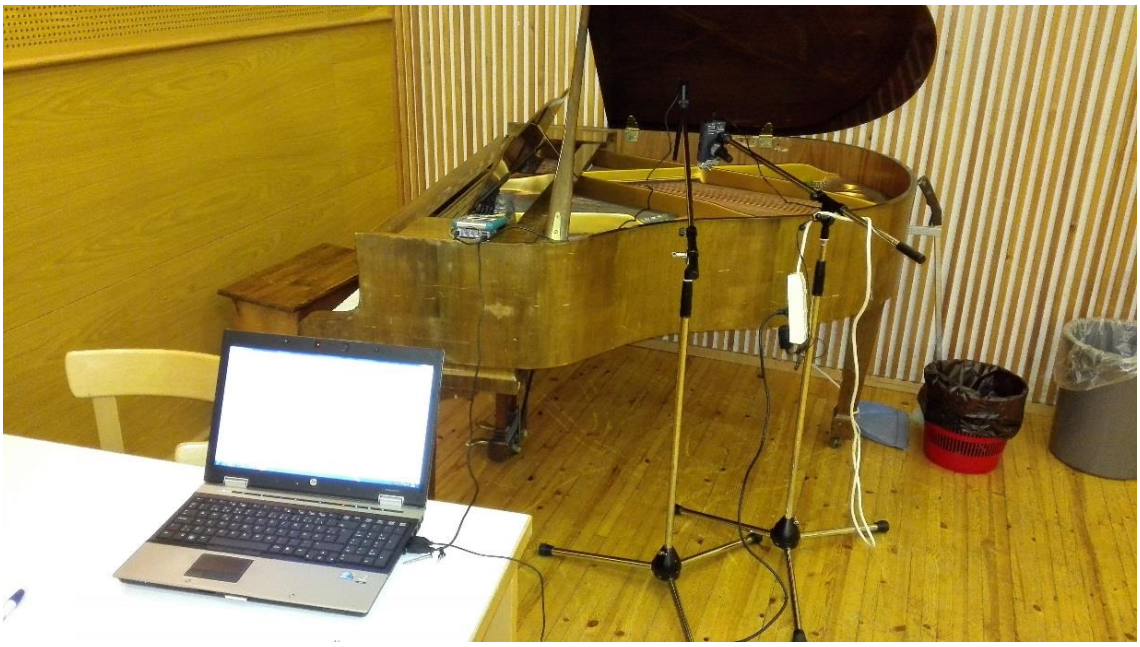
Fazerin valmistama pystypiano mitattiin Raiku recordsin työhuoneella Joensuun keskustassa kuvan 6.2 mukaisella laitteistolla. Mikrofonina oli Neuman TLM102, joka oli kytketty erillisen äänikortin kautta tietokoneeseen. Mikrofoni oli sijoitettu 30 cm etäisyydelle pianon kaikukopasta, ja leveyssuunnassa se sijaitsi keski-C:n kohdalla. Taustamelun vaimentamiseksi mikrofonin ympärillä oli käytetty puoliympyrälieriön muotoista vaimennuselementtiä. Mittaus laitettiin tietokoneelta käyntiin, ja assistentti painoi kosketinta. Pianosta äänitettiin kaikki A sävelet. Mikrofoni ei äänittänyt jatkuvasti, vaan sävelien mittaus suoritettiin yksi kerrallaan.

Joensuun konservatoriolla mitattiin Steinway & Sonsin valmistama D-mallin täysmittainen konserttiflyygeli ja Yamahan C7-mallin konserttiflyygeli kuvan 6.3 mukaisella laitteistolla. Mikrofonina oli tässäkin mittauksessa Neuman TLM102, joka oli kytketty erillisen äänikortin kautta tietokoneeseen. Mikrofoni oli sijoitettu 30 cm korkeudelle kielistä, jotka sijaitsivat keskialueella hieman vasaroiden iskukohdasta eteenpäin. Mittaus laitettiin koneelta käyntiin, ja assistentti painoi kosketinta. Näistäkin flyygeleistä mitattiin kaikki A sävelet yksi kerrallaan.

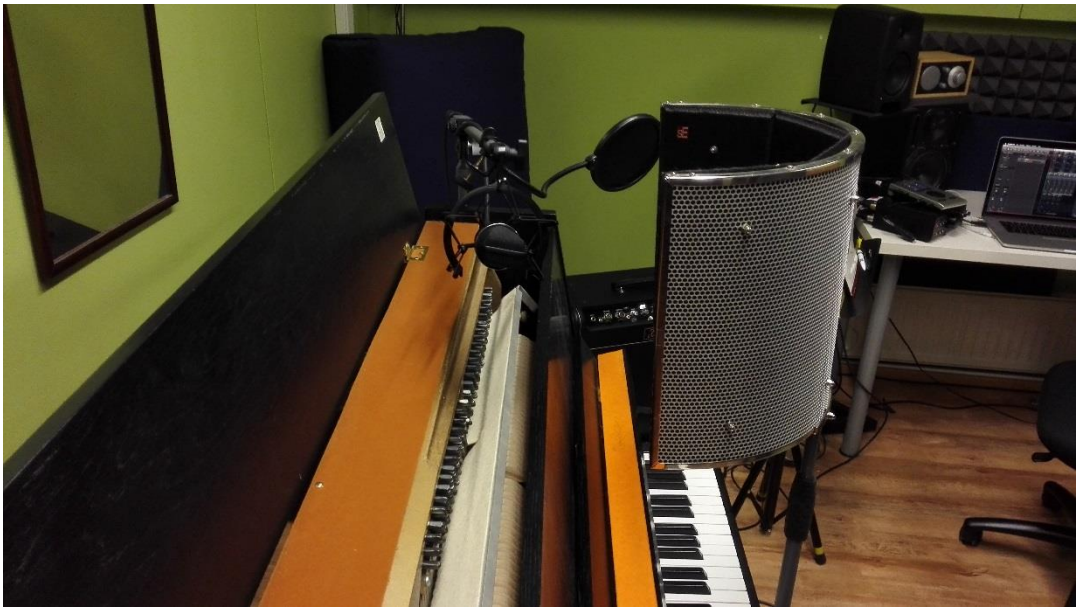
Kaikissa kolmessa mittauksessa koskettimen painallukseen käytetty voima yritettiin vakioida mahdollisimman hyvin. Pianoista mitatut A sävelet ja niitä vastaavat ideaaliset perustaajuudet löytyvät taulukosta 6.1.

Taulukko 6.1 Mitatut sävelet ja niitä vastaavat perustaajuudet.

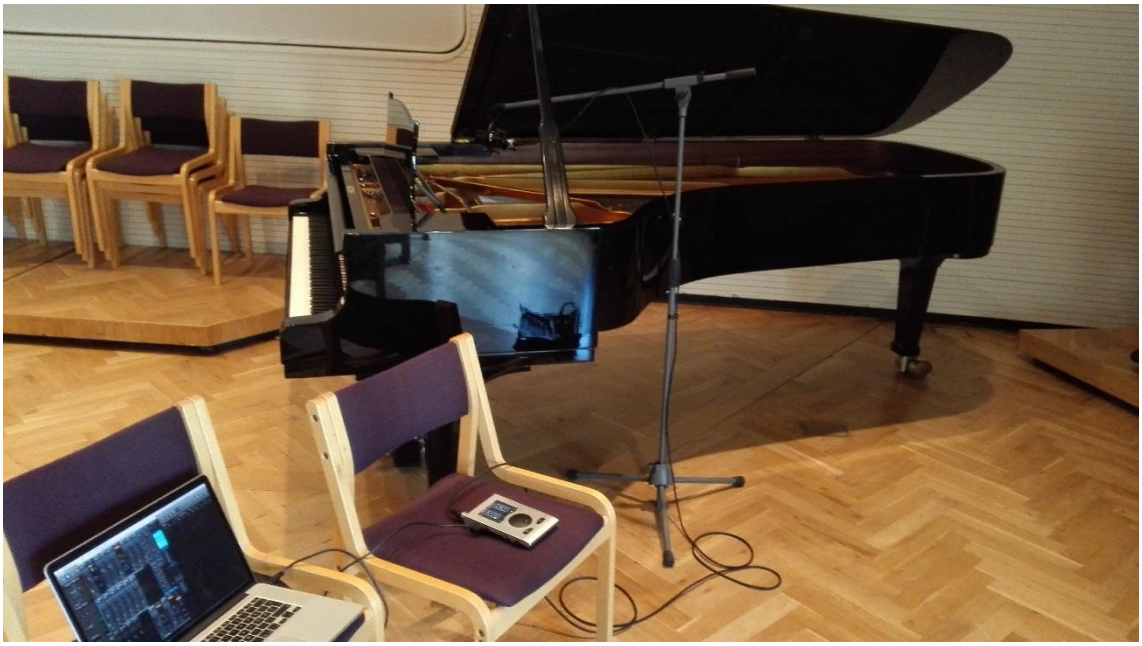
Mitattu sävel	Perustaajuus [Hz]
A0	27,5
A1	55
A2	110
A3	220
A4	440
A5	880
A6	1760
A7	3520



Kuva 6.1 Kuvassa näkyy mittauslaitteisto ja August Försterin valmistama flyygeli.



Kuva 6.2 Kuvassa on mittauslaitteisto ja Fazerin valmistama pystypiano.



Kuva 6.3 Kuvassa on mittauslaitteisto ja Steinway & Sonsin valmistama konserttiflyygeli.

Taulukossa 6.2 näkyvät pianojen tarvittavat tiedot niiden vertailua varten. Mitat ovat peräisin valmistajien virallisilta sivuilta. [22, 23, 24, 25] Hinnat ovat valmistajien suosittelemia hintoja uusille vastaaville malleille. [26] Fazerin pianosta ei löydetty mitään mallinumeroa, eikä valmistajan puolesta mitään tietoja fyysisitä mitoista. Pianon korkeudeksi saatiin omien mittausten perustella 105 cm ja leveydeksi 115 cm.

Taulukko 6.2 Pianojen tiedot

Valmistaja	Malli	Pituus [cm]	Leveys [cm]	Paino [kg]	Hinta [€]
Steinway& Sons	D	274	157	500	148 700 – 224 100
Yamaha	C7	227	155	415	74 600
Estonia	190	190	152	350	51 200
August Förster	170	170	-	350	60 000
Fazer	-	-	-	-	-

Rullamitalla mitattiin kaikkien pianojen kielten A0-A7 pituudet ja työntömitalla paksuudet, jotka ovat näkyvissä taulukossa 6.3. Lisäksi mittaus suoritettiin myös viimeiselle punotulle ja ensimmäiselle punomattomalle kielelle. Fazerin pystypianolle kielten pituuksia ei pystytty määrittämään, koska olisi pitänyt purkaa koko piano osiin ja tätä ei luonnollisesti voitu tehdä. Kuitenkin kielten paksuudet pystyttiin määrittämään. Taulukon 6.3 mittoja käytetään tässä tutkimuksessa ainoastaan tuloksien tukena antamassa paremman pohjan pohdinnassa esitetyille johtopäätöksille.

Yksinkertaisuuden vuoksi käytetään tästä eteenpäin valmistajille Steinway & Sons ja August Förster nimiä Steinway ja August.

Taulukko 6.3 Pianojen kielten pituudet ja paksuudet. VP tarkoittaa viimeistä punottua kieltä ja EP ensimmäistä punomatonta kieltä.

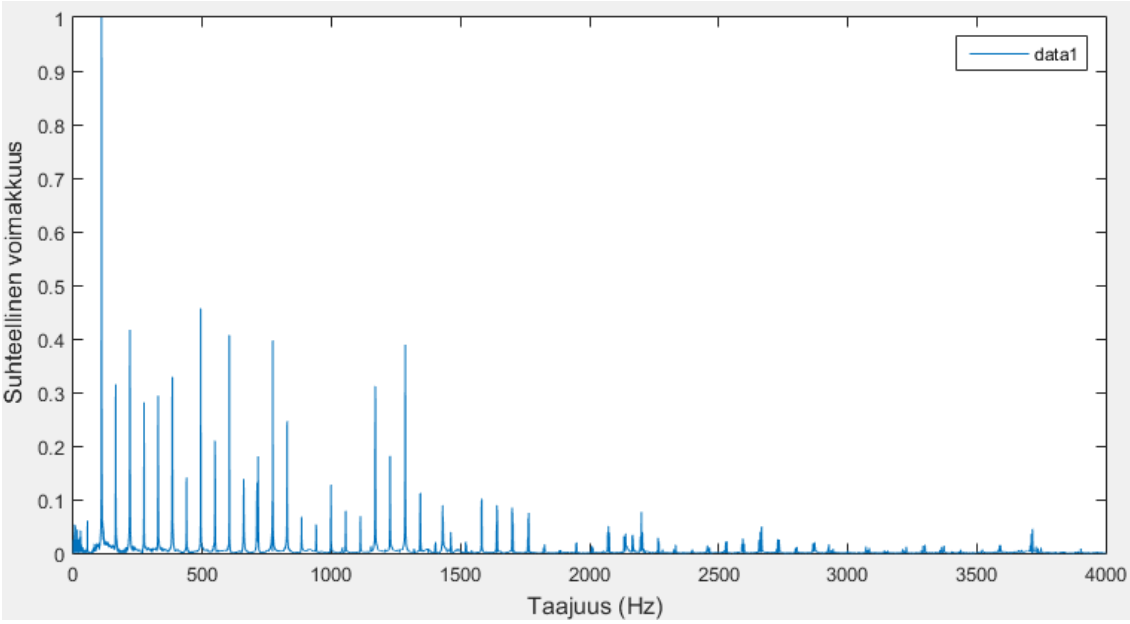
	Steinway		Yamaha		Estonia		August		Fazer	
Kieli	L [cm]	d [mm]	L [cm]	d [mm]	L [cm]	d [mm]	L [cm]	d [mm]	L [cm]	d [mm]
A0	202	1,8	170	1,5	142	1,5	122	1,4	-	1,3
A1	176	1,2	146	1,2	121	1,1	111	1,2	-	1,2
A2	151	1,5	145	1,2	122	1,0	95	0,9	-	1
A3	77	1,5	72	1,1	75	1,1	74	1,2	-	1,1
A4	41	1,1	41	1,1	38	1,1	40	1,0	-	1,1
A5	21	1,0	21	1,1	21	1,0	21	0,9	-	0,9
A6	11	0,9	11	1,0	11	0,9	11	0,8	-	0,9
A7	5	0,9	5	0,9	5	0,8	5	0,8	-	0,9
VP	137	1,0	113	1,0	122	1,0	93	1,0	-	1,1
EP	184	1,2	153	1,2	121	1,2	92	1,1	-	1,1

6.2 Analyysi

Neuman TLM102 ja Zoom H4 -mikrofoneilla nauhoitettiin data wav-tiedostomuotoon. Näytteenottotaajuus oli 44100 hz, 16-bittisellä resoluutiolla. Zoom H4:lla mitatusta datasta eriteltiin tutkittavat sävelet Wavepad Sound Editor -ohjelmistolla, ja jokaisesta tehtiin oma äänitiedosto. Kaiken kaikkiaan analysoitavia äänitiedostoja oli yhteensä 40 kappaletta. Äänitiedostot analysoitiin suorittaen niihin Fourier-muunnos käyttäen Matlab-ohjelmiston FFT-algoritmia. Jokaisesta Fourier-spektristä tutkittiin yläsävelien muodostamien piikkien taajuudet zoom-työkalun avulla, jotta varmistuttiin kyseisten taajuuksien vastaavan etsittyjä yläsävelien taajuuksia.

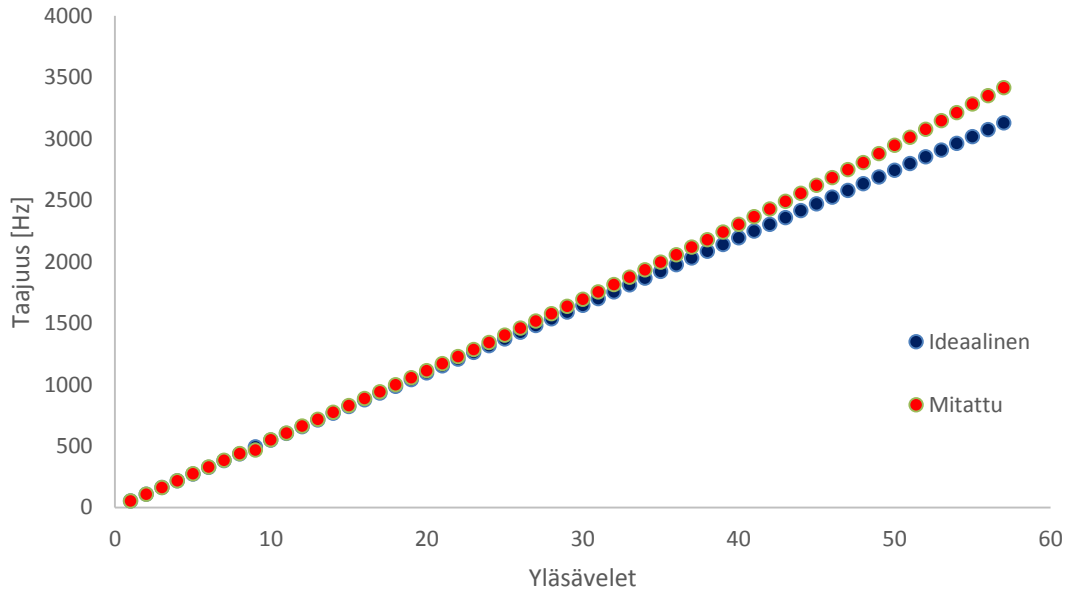
Taajuudet kirjattiin ylös Excel-taulukkolaskentaohjelmaan. Yhtälöllä 3.26 laskettiin epäharmonisuuskerroin B jokaisen yläsävelen taajuuden avulla kyseiselle kielelle. Lopuksi tutkittavan kielen epäharmonisuuskerroin määräytyi keskiarvona kaikista yläsävelien avulla lasketuista epäharmonisuuskertoimista.

Otetaan esimerkiksi Yamahan C7-mallin flyygelin sävel A1, jonka perustaajuudeksi mitattiin 54,89 Hz. Fourier-spektristä tulkittiin yhteensä 56 yläsävelen taajuudet Matlab-ohjelmiston zoom-työkalun avulla. Spektri on näkyvissä kuvassa 6.4.



Kuva 6.4 Matlab-ohjelmistolla tehty Fourier-spektri sävelelle A1. Kuvassa näkyvät yläsävelien muodostamat piikit, niiden taajuudet ja suhteelliset voimakkuudet. Voimakkuudet on skaalattu siten, että kaikki voimakkuudet on jaettu suurimmalla voimakkuudella.

Mitatuista yläsävelien taajuuksista ja ideaalisista harmonisen sarjan taajuuksista piirrettiin kuva 6.5, joka havainnollistaa hyvin reaalisessa kielessä esiintyvää epäharmonisuutta.



Kuva 6.5 A1 kielen soinnista mitattujen yläsävelien taajuudet verrattuna ideaalisen harmonisen sarjan taajuuksiin.

Seuraavaksi laskettiin yhtälöstä 3.26 epäharmonisuuskerroin *B* kielelle A1 jokaisen mitatun yläsävelen avulla. Otetaan tähän esimerkkiin toinen yläsävel ($n = 3$), jonka taajuudeksi mitattiin 165.4 Hz.

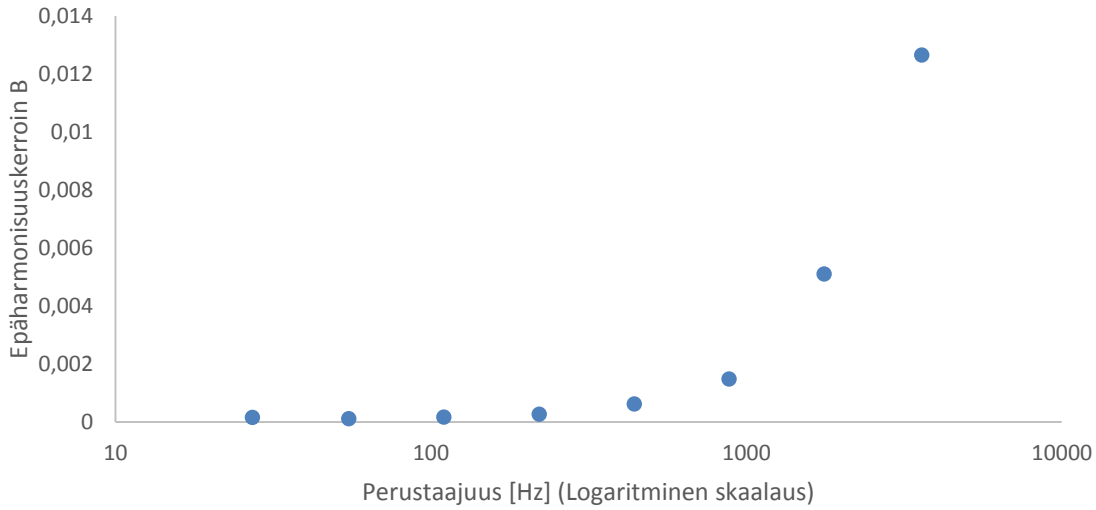
$$B = \frac{1}{n^2}\left[\left(\frac{f_n}{nf_1}\right)^2 - 1\right]$$

$$B = \frac{1}{3^2}\left[\left(\frac{165.4\ Hz}{3 \cdot 54{,}89\ Hz}\right)^2 - 1\right] = 0{,}0004220$$

Vastaava laskutoimitus tehtiin jokaiselle 60 mitatulle yläsävelelle, ja saaduista epäharmonisuuskertoimista laskettiin keskiarvo. Negatiiviset epäharmonisuuskertoimien arvot hylättiin mittausdatasta, koska ne ovat teorian mukaan mahdottomia. Asiaa on käsitelty laajemmin luvussa kahdeksan. Keskiarvoksi ja A1 kielen epäharmonisuuskertoimeksi saatiin 0,0001501. Mitatut perustaajuudet ja lasketut epäharmonisuuskertoimet näkyvät taulukossa 6.4.

Taulukko 6.4 Yamahan kielille mitatut perustaajuudet ja lasketut epäharmonisuuskertoimet.

Kieli	Taajuus [Hz]	Epäharmonisuuskerroin B
A0	27,18	0,0001501
A1	54,89	0,0001246
A2	110	0,0001595
A3	220,4	0,0002603
A4	442,1	0,0006135
A5	882,3	0,001471
A6	1767	0,005096
A7	3601	0,01265



Kuva 6.6 Yamahan kielille lasketut epäharmonisuuskertoimet taajuuden funktiona.

Kaikki sävelet A0 – A7 käsiteltiin edellistä esimerkkiä vastaavalla tavalla jokaisesta mitatusta pianosta. Lopuksi piirrettiin kuva, jossa esitettiin kaikkien pianojen lasketut epäharmonisuuskertoimet ideaalisen perustaajuuden suhteen. Taajuusakseli skaalattiin logaritmisesti, koska pianon koskettimisto on taajuuden suhteen logaritminen. Kuvassa 6.6 nähdään tilanteesta esimerkki. Siihen on piirretty pelkästään Yamahalle määritetyt epäharmonisuuskertoimet.

Luku VII

Tulokset

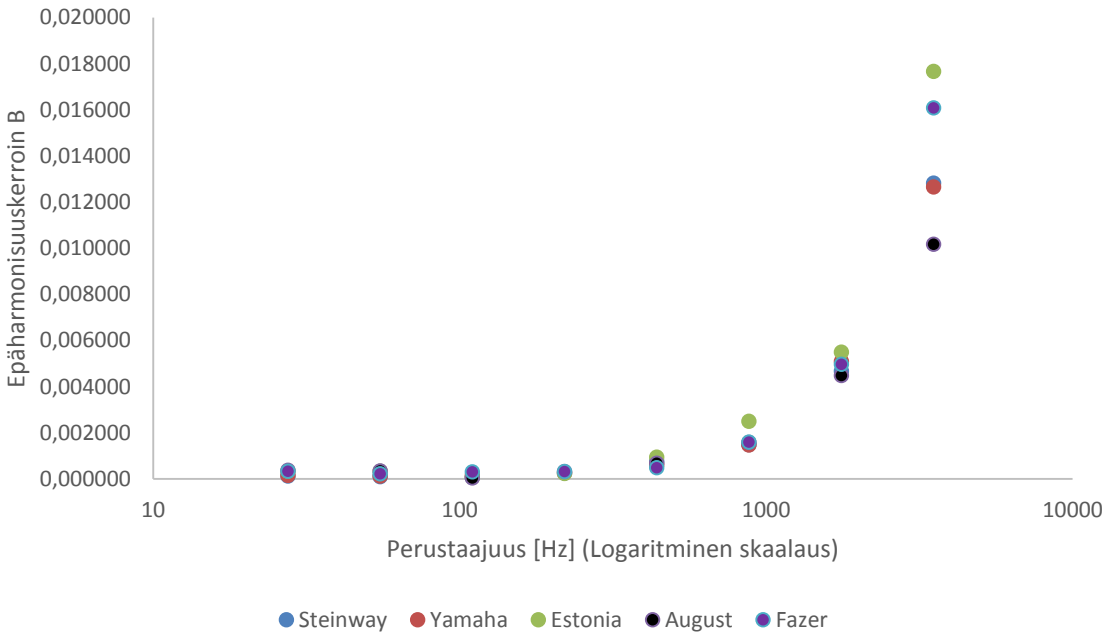
Luku on jaettu kahteen osaan. Ensimmäisessä osassa tarkastellaan, mitä arvoja epäharmonisuuskertoimet saavat mitattujen pianojen tapauksessa. Toisessa osassa on suoritettu määritettyjen epäharmonisuuskertoimien ja havaittujen yläsävelien määrän perusteella vertailua pianojen välillä. Tuloksia on havainnollistettu taulukoilla ja kuvaajilla. Koko mittausdataa ei voitu laittaa liitteeksi, koska sitä oli niin paljon. Pelkästään Fourier-spektreistä tulkituista taajuuksista tuli jo useampi sivu dataa. Kuitenkin mitattujen sävelien perustaajuudet löytyvät liitteestä A.

7.1 Pianojen epäharmonisuuskertoimet

Taulukossa 7.1 on näkyvissä lasketut epäharmonisuuskertoimet mitattujen pianojen kielille A0-A7. Kertoimet on esitetty kuvassa 7.1 perustaajuuden suhteen, josta nähdään selvästi, miten kertoimet muuttuvat pianojen kielissä välillä A0- A7. Taulukossa 7.2 on esitetty jokaiselle pianolle epäharmonisuuskertoimet suhteessa pienimpään kertoimeen, mikä havainnollistaa hyvin, missä suhteessa kerroin kullakin pianolla kasvaa mitatulla välillä.

Taulukko 7.1 Jokaisen mitatun pianon kielissä A0-A7 esiintyvät epäharmonisuuskertoimet. Kunkin pianon pienin kerroin nähdään lihavoituna.

Sävel/Kieli	Ideaalinen perustaajuus [Hz]	Steinway	Yamaha	Estonia	August	Fazer
A0	27,5	0,0001314	0,0001501	0,0003415	0,0003827	0,0003364
A1	55	0,0001034	**0,0001246**	0,0003354	0,0003520	**0,0002172**
A2	110	**0,00007582**	0,0001595	**0,00007522**	**0,00005026**	0,0003068
A3	220	0,0002492	0,0002603	0,0002387	0,0003170	0,0003163
A4	440	0,0007672	0,0006135	0,0009388	0,0006775	0,0004842
A5	880	0,001485	0,001471	0,002504	0,001586	0,001601
A6	1760	0,004680	0,005096	0,005496	0,004490	0,004970
A7	3520	0,01282	0,01265	0,01767	0,01017	0,01608



Kuva 7.1 Pianojen epäharmonisuuskertoimet perustaajuuden suhteen.

Kaikkien pianojen tapauksessa nähdään, että diskanttialueen epäharmonisuuskertoimet ovat huomattavasti suurempia kuin bassoalueiden. Yamahan flyygelin ja Fazerin pystypianon tapauksissa epäharmonisuuskerroin on pienimmillään kielen A1 ympäristössä, kuten taulukoista 7.1 nähdään. Lisäksi taulukko 7.1 osoittaa, että Steinwayn, Estonian ja Augustin flyygeleiden tapauksissa kerroin on pienimmillään sävelen A2 ympäristössä. Epäharmonisuuskerroin ei siis ole jatkuvasti kasvussa mennessä matalilta taajuuksilta korkeimpiin taajuuksiin.

Kuvasta 7.1 ja taulukosta 7.2 nähdään, että jokaisen pianon tapauksessa epäharmonisuuskertoimen muutos välillä A0-A2 on pientä verrattuna sen muutokseen välillä A3-A7. Jos tarkastellaan epäharmonisuuskertoimen käyttäytymistä liikuttaessa pianon koskettimistolla, niin välillä A3-A7 epäharmonisuuskerroin kasvaa eksponentiaalisesti. Toisaalta jos tarkastellaan kyseisellä välillä epäharmonisuuskerrointa taajuuden suhteen ajattelematta nuottiasteikkoa, niin kasvu on lähes lineaarista. Kuitenkin on mielekästä tarkastella miten epäharmonisuuskerroin käyttäytyy pianon koskettimistolla, joka on suunniteltu taajuuden suhteen logaritmisesti.

Taulukko 7.2 Pienimmän epäharmonisuuskertoimen suhde muihin kertoimiin laskettuna jokaiselle pianolle erikseen.

Sävel/Kieli	Steinway	Yamaha	Estonia	August	Fazer
A0	1,7	1,2	4,5	7,6	1,5
A1	1,4	1,0	4,5	7,0	1,0
A2	1,0	1,3	1,0	1,0	1,4
A3	3,3	2,1	3,2	6,3	1,5
A4	10,1	4,9	12,5	13,5	2,2
A5	19,6	11,8	33,3	31,6	7,4
A6	61,8	40,9	73,1	89,3	22,9
A7	169,2	101,5	234,9	202,3	74,0

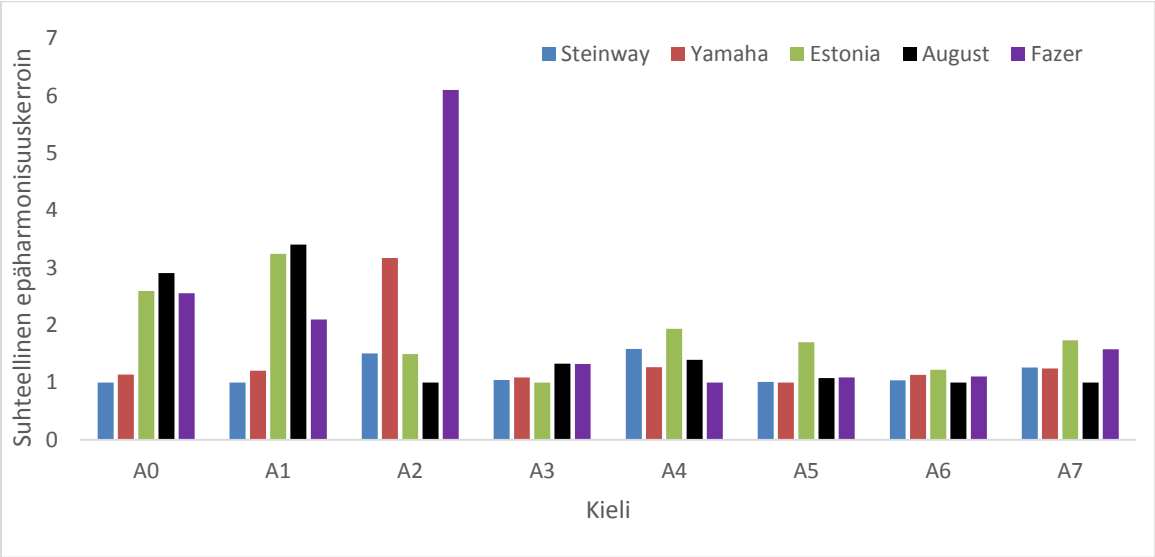
7.2 Pianojen vertailu

Pianojen epäharmonisuuskertoimia voidaan kätevästi vertailla toisiinsa jokaisen mitatun kielen tapauksessa kuvan 7.3 avulla. Kuvassa 7.3 on nähtävissä jokaisen pianon epäharmonisuuskertoimet kielille A0-A7, kuten kuvassa 7.1. Erona kuvassa 7.3 on se, että kussakin kielessä pianojen kesken esiintyvä pienin kerroin on skaalattu ykköseksi. Näin saadaan hyvin näkyviin kertoimien välillä esiintyvät suhteelliset erot. Taulukossa 7.3 on näkyvissä havaittujen yläsävelien määrät. Lopuksi kuvassa 7.4 vertailtiin epäharmonisuuskertoimien arvoja Steinwayn ja muiden pianojen välillä. Tämän tarkoituksena on verrata kalleinta, suurinta ja arvostetuinta pianoa muihin pianoihin [5]. Luvun tekstissä pianoja vertailtaessa käytetään apuna myös edellisen luvun 7.1 taulukoita ja kuvia.

Vertailtaessa kuvasta 7.3 pianojen välillä kielissä esiintyviä epäharmonisuuskertoimia nähdään selviä eroja etenkin A0 – A2 kielten välillä. Kieliä A0 ja A1 tarkasteltaessa havaitaan, että kerroin on selvästi pienempi kookkailla Steinwayn ja Yamahan konserttiflyygeleillä, mutta siirryttäessä tarkastelemaan A2 kieltä tilanne ei pysykään enää samanlaisena. Mielenkiintoisena havaintona kuvasta 7.3 nähdään, että Yamahan ja Fazerin A2 kielessä havaitaan suhteellisen suuri epäharmonisuuskerroin verrattuna muihin pianoihin.

Steinwayn, Estonian ja Augustin flyygeleiden tapauksessa epäharmonisuuskertoimessa huomataan merkittävä nousu A2 ja A3 kielten välissä, kuten taulukosta 7.2 nähdään. Etenkin Augustin tapauksessa A2 kielen kerroin on erittäin pieni verrattuna muiden mitattujen kielten kertoimiin. Yllättävänä tuloksena saatiin, että Fazerin valmistaman pienen pystypianon A0 ja A1 kielten epäharmonisuuskertoimet ovat jopa pienempiä verrattuna Estonian ja Augustin flyygeleihin, kuten kuvasta 7.3 nähdään.

Tarkasteltaessa kuvasta 7.3 kieliä A3-A7 epäharmonisuuskertoimissa nähdään pianojen kesken todella vähän vaihtelua verrattuna edellä tarkasteltuihin matalimpiin kieliin. Oikeastaan ainoana flyygelinä erottuu Estonia, jolla on suurin epäharmonisuuskerroin välillä A4-A7.



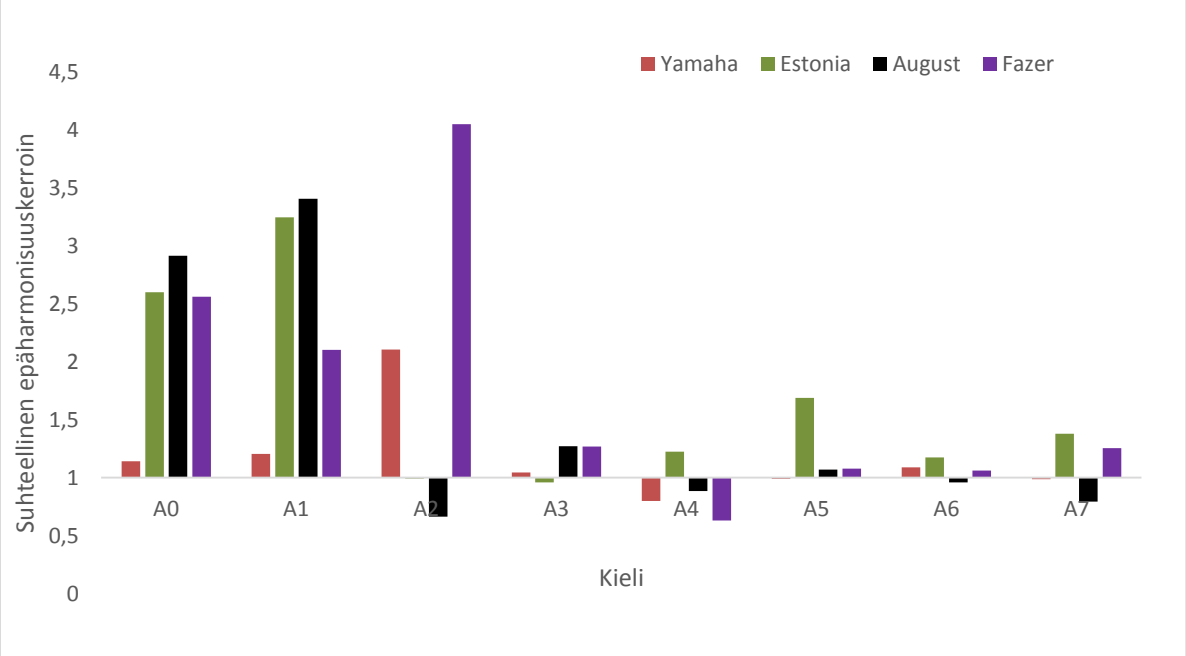
Kuva 7.3 Kuvassa vertaillaan jokaiselle kielelle pianojen epäharmonisuuskertoimia siten, että pianojen kesken esiintyvä pienin kerroin on skaalattu ykköseksi.

Taulukko 7.3 Pianojen kielissä A0-A7 esiintyvien yläsävelien määrä.

Kieli	Yläsävelet Steinway	Yläsävelet Yamaha	Yläsävelet Estonia	Yläsävelet August	Yläsävelet Fazer
A0	68	71	60	57	51
A1	76	56	43	39	54
A2	54	52	57	23	28
A3	30	36	25	41	22
A4	14	16	17	17	15
A5	9	9	9	9	8
A6	5	4	5	4	4
A7	2	2	3	1	2

Yläsävelien määrä kasvaa pianojen tapauksissa mentäessä bassoalueelta diskanttialueelle, kuten taulukosta 7.3 nähdään. Poikkeuksena Augustin flyygeli, jossa havaitaan poikkeuksellisen paljon yläsäveliä kielen A3 soinnissa. Kuitenkin kaikissa pianoissa ero matalimpien ja korkeimpien sävelien välillä on merkittävä. Sävelen A0 tapauksessa pianoista löytyi yli 50 yläsäveltä ja sävelelle A7 yläsäveliä oli korkeintaan kolme kappaletta.

Yläsävelien määrää tarkasteltaessa huomataan eroja kookkaiden ja pienempien pianojen välillä. Alueella A0-A2 havaitaan yläsäveliä 70-50 kookkaissa Steinwayn ja Yamahan pianoissa, mikä on selvästi enemmän kuin yläsävelien määrä pienemmissä pianoissa. Poikkeuksen tekee Estonian flyygeli, jossa yläsäveliä havaittiin A2 kielelle jopa 57.



Kuva 7.4 Muiden pianojen epäharmonisuuskertoimet verrattuna Steinwayn epäharmonisuuskertoimiin. Jos epäharmonisuuskerroin on sama kuin Steinwaylla, niin se saa arvon yksi, jolloin palkki ei ole näkyvissä ollenkaan.

Kuvassa 7.4 nähdään muiden pianojen vertailua kalleimpaan ja suurimpaan Steinwayn valmistamaan täysmittaiseen konserttiflyygeliin. Kuten jo aikaisemmin on mainittu, suurimmat erot tulevat näkyviin matalien äänien alueella, kielissä A0-A2. A0 ja A1 kielissä Estonian ja Augustin flyygeleissä on noin kolminkertaiset epäharmonisuuskertoimet verrattuna Steinwayn flyygeliin. Fazerin pystypianollakin kertoimet ovat selvästi suuremmat. Yamahalla on suurena flyygelinä hyvin samanlaiset arvot, mutta pientä eroa on kuitenkin havaittavissa. A2 kielessä nähdään jo aikaisemminkin mainittu yllättävän suuri ero Yamahan ja Fazerin pianoihin. Välillä A3-A7 erot muihin pianoihin pienentyvät merkittävästi.

Luku VIII

Pohdinta

Tässä luvussa tarkastellaan, ovatko määritetyt epäharmonisuuskertoimien arvot ja havaittujen yläsävelien määrät teorian mukaan loogisia, ja vedetään niistä johtopäätöksiä pianojen rakenteisiin liittyen. Lisäksi niiden avulla perustellaan sekä päätellään eroja pianojen rakenteissa ja soinnissa. Tämän jälkeen tarkastellaan tutkimuksen virhelähteitä ja uskottavuutta. Lopuksi pohditaan lyhyesti tulevaisuuden tuomia mahdollisuuksia pianon suunnittelussa ja tutkimuksen käyttömahdollisuuksia opetuksessa.

8.1 Epäharmonisuuskertoimien merkitys

Epäharmonisuuskertoimien perusteella pystytään vetämään johtopäätöksiä joistakin pianojen rakenteeseen liittyvistä seikoista, jotka pääasiassa liittyvät kielten rakenteeseen ja valurautaiseen kehikkoon, johon kielet kiinnitetään. Aluksi käydään läpi tärkeimpiä tuloksia. Pohditaan ovatko saadut epäharmonisuuskertoimien arvot ja havaittujen yläsävelien määrät teorian mukaan loogisia, ja mistä tekijöistä ne johtuvat. Näiden päättelyiden tukena käytetään pianojen kielten mittoja, jotka ovat luvun kuusi taulukossa 6.3.

Ensimmäinen olennainen tulos oli, että epäharmonisuuskerroin kasvaa kaikkien pianojen tapauksessa bassoalueelta diskanttialueelle, mikä on yhdenmukainen luvussa 3.4 esitetyn teorian kanssa. Tulosta voidaan perustella myös yhtälön 3.24 avulla, jonka mukaan epäharmonisuuskerroin on kääntäen verrannollinen kielen pituuden neliöön. Esimerkiksi Steinwayssa matalin bassokieli A0 on noin 40 kertaa pidempi kuin diskanttikieli A7, mikä

tarkoittaa 1600 kertaa suurempaa epäharmonisuuskerrointa. Toisaalta kielen paksuus pienenee mentäessä bassoalueelta diskanttialueelle, ja yhtälön 3.24 nojalla epäharmonisuuskerroin on suoraan verrannollinen kielen poikkileikkauksen halkaisijan neljänteen potenssiin. Steinway D:ssä A0 kieli on kaksi kertaa paksumpi kuin A7 kieli. Tämä tarkoittaa sitä, että epäharmonisuuskerroin pienenee kuudestoistaosaan.

Voidaan siis todeta, että väliä A0-A7 tarkastellessa kielen pituuden muutoksella epäharmonisuuskertoimeen on pianojen tapauksessa paljon suurempi vaikutus kuin paksuuden muutoksella. Esimerkissä saatujen kertoimien nojalla epäharmonisuuskerroin muuttuu sata kertaa suuremmaksi mentäessä kielestä A0 kieleen A7. Tutkimuksessa määritettyjen epäharmonisuuskertoimien suhde kyseisille kielille Steinwayn tapauksessa on noin 98, joka kuulostaa äskeisen perustelun nojalla varsin järkevältä. Muidenkin tutkimuksen pianojen epäharmonisuuskertoimet vaikuttavat samalla tavalla perusteltuna järkevältä. Lisäksi teoriaosion luvussa 3.4 on kuva 3.7, josta nähdään epäharmonisuuskertoimien käyttäytyvän juuri vastaavalla tavalla.

Kaikilla pianoilla epäharmonisuuskertoimen vaihtelu oli pientä matalilla alueella välillä A0-A2 verrattuna väliin A3-A7. Lisäksi mielenkiintoinen tulos oli, että epäharmonisuuskerroin ei ollut jatkuvasti nousussa bassoalueelta diskanttialueelle, vaan sai pianoilla vaihtelevasti minimiarvonsa A1 tai A2 kielissä. Selvyyden vuoksi mainittakoon, että puhutaan nimenomaan minimiarvosta mitattujen kielten joukossa. Jotta nämä tulokset voitaisiin ymmärtää ja tehdä niistä johtopäätöksiä, täytyy syventyä tarkemmin pianojen kielten rakenteeseen.

Kaikkien pianojen tapauksessa bassotallaan tulevat kiinni punotut kielet, joista puhuttiin teoriaosiossa luvun 3.4 lopussa. Osassa pianoista kielten punonta jatkuu myös vähän diskanttitallan puolelle. Punotut kielet ovat lähes välttämätön ratkaisu pianon kielten suunnittelussa. Otetaan esimerkkinä piano, jossa A2 (taajuus 110 Hz) kieli on 1.5 m pitkä ja 1 mm paksu. Jos tämä piano rakennettaisiin siten, että kielten paksuutta ja jännitysvoimaa pidettäisiin vakiona mentäessä A0 (taajuus 27,5 Hz) kieleen asti, niin kielestä tulisi yhtälön 3.11 mukaan kuusimetrinen, joka olisi aivan liian pitkä. On selvää, että kielen paksuutta on suurennettava, jotta massan avulla saataisiin taajuutta laskettua. Jos esimerkin pianossa kielen pituutta ja jännitysvoimaa pidettäisiin vakiona, niin yhtälön 3.11 nojalla kielen halkaisija täytyisi kaksinkertaistaa, jotta taajuus pienenisi puolella. [5] Tämä tarkoittaisi sitä, että A0 kieli olisi 4 mm paksu. Neljä kertaa paksumpi kieli tarkoittaa 256 kertaa suurempaa epäharmonisuuskerrointa, jolla olisi kielen sointiin jo

niin merkittävä vaikutus, että ihmiskorva tuskin enää edes erottaisi soivan kielen perustaajuutta. Tästä johtuen kielen paksuuttakaan ei voi lisätä moninkertaisesti.

Taajuuden laskuun tarvittava massa saadaan kuparilangasta, jota punotaan kielten ympärille. Luvun 3.4 teoriaosiossa sanottiin, että kielten punonnalla on vain pieni vaikutus epäharmonisuuskertoimeen. Tällainen johtopäätös voidaan vetää tämänkin tutkimuksen tuloksista. Luvun 7.1 taulukosta 7.2 nähdään selvästi kuinka paljon pienempää epäharmonisuuskertoimien vaihtelu on välillä A0-A2 verrattuna väliin A3-A7, koska välillä A0-A2 suurin osa pianojen kielistä on punottu.

Taulukon 6.3 mittauksiin perustuen havaitaan, että kaikilla pianoilla kielten paksuus pienenee punottujen kielten alueella keskimäärin 50 % mentäessä A0 kielestä viimeiseen punottuun kieleen. Paksuus laskee tällä välillä huomattavasti verrattuna pituuden laskuun. Tämä on syy, miksi tutkimuksen pianoissa myöskin epäharmonisuuskerroin laskee tällä välillä eikä siten ole kokoajan nousussa mentäessä bassoalueelta diskanttialueelle. Lisäksi viimeinen punottu kieli on kaikilla tutkimuksen pianoilla lähes yhtä ohut kuin viimeiset lyhyet diskanttikielet, mutta kymmeniä kertoja pidempi. On siis selvää, että epäharmonisuuskerroin saa siinä kielessä pienimmän arvonsa, joka sijaitsee mitatuilla pianoilla kielten A1 tai A2 ympäristössä.

Pianoissa ei ole kuitenkaan kaikkia kieliä punottu, joten jossain vaiheessa on tultava siirtymä punomattomiin kieliin. Tämä on suurimmalla osalla pianoista syynä siihen, miksi tulokset osoittavat epäharmonisuuskertoimen lähtevän laskusta kasvuun nimenomaan tämän siirtymävaiheen kohdalla. Näin tapahtuu Yamahan, Estonian ja Augustin tapauksessa. Kuitenkin Steinwayn ja Fazerin pianoissa epäharmonisuuskertoimen kasvu tuloksien osoittamalla välillä näyttäisi johtuvan joistain muista tekijöistä, jotka eivät ainakaan suoranaisesti johdu kielten punonnasta. Punottujen ja punomattomien kielten siirtymäkohtaan on seuraavaksi syytä paneutua tarkemmin, jotta kyseiset tulokset voidaan ymmärtää ja niistä voidaan tehdä johtopäätöksiä. Olennaisena osana perustelua on kaikupohjaan kiinni tulevat tallat, joita vasten kielet puristuvat. Teoriaosion luvussa 4.2 on kuva 4.2 talloista.

Tallat ovat kaikissa tutkimuksen pianoissa yhtenäisiä ja kaareutuvat siten, että niihin puristuvien kielten pituus lyhenee mentäessä kohti suurempia taajuuksia. Omiin mittauksiin perustuen vierekkäisten kielten pituus tallassa lyhenee noin yhden sentin, joka on riittävästi aiheuttamaan haluttu pieni taajuusero kielten välillä. Jos siirtymä punotuista

kielistä punomattomiin tapahtuu yhdessä tallassa, niin seuraavan kielen tulee väistämättä olla merkittävästi paksumpi, koska kielen massa on oltava lähes sama, jotta taajuus ei yhtälön 3.11 nojalla laske liikaa. Tällainen tilanne on Estonian ja Augustin tapauksissa, joissa siirtymäkohta on diskanttitallassa. Tämä on perustelu, miksi epäharmonisuuskerroin lähtee näillä pianoilla kasvuun nimenomaan tuloksien osoittamalla välillä A2-A3.

Yamahalla ja Steinwaylla siirtymäkohta on toteutettu hieman aikaisemmin tallojen välissä, jolloin paksuuden muutosta voi kompensoida pituuden muutoksella siten, että vaikutus epäharmonisuuskertoimeen minimoituu. Yamahan tapauksessa tämän toteutuminen on tuloksista selvästi nähtävissä huomattavasti pienempänä epäharmonisuuskertoimen nousuna välillä A1-A2. Taulukon 6.3 mittauksiin ja yhtälöön 3.24 perustuen epäharmonisuuskerroin suurenee siirtymäkohdassa Yamahalla vain 12 %, kun se Estonialla ja Augustilla suurenee siirtymäkohdassa yhden tallan alueella jopa noin kaksinkertaiseksi.

Steinwayn epäharmonisuuskertoimista pitäisi äskeisen perustelun nojalla näkyä samansuuntainen tulos kuin Yamahalla, mutta niistä nähdään, että A1 kielen epäharmonisuuskerroin on suurempi kuin A2 kielen. Tämä ei ole loogista miltään kantilta katsottuna, koska A2 kieli on lyhempi sekä paksumpi kuin A1 kieli. Ainut selitys olisi merkittävästi suurempi jännitysvoima suhteessa A1 kieleen, joka pienentäisi epäharmonisuuskerrointa. Toisaalta itse epäilen jonkinlaista rakenteellista vikaa esimerkiksi tallassa, koska esimerkiksi Hendry (2008) mittasi samanlaiselle Steinway D-mallille A2 kieleen suuremman epäharmonisuuskertoimen kuin A1 kieleen. [1] Samoihin tuloksiin päätyivät myös Galembo ja Askenfelt (1994). [27]

Fazerin tapauksessa siirtymä punotuista kielistä punomattomiin ei myöskään näy epäharmonisuuskertoimissa, vaan kertoimissa nähdään muutos jo aikaisemmin bassotallan alueella kielten A1 ja A2 välissä. Fazerin kielistä ei kuitenkaan pystytty mittaamaan pituutta, kuten aikaisemmin todettiin, joten Fazerin tuloksia ei punottujen kielten osalta voida mielekkäästi perustella.

Luultavasti pianojen valmistajat miettivät hyvinkin tarkkaan siirtymäkohtaa punotuista kielistä punomattomiin, koska yhdessä tallassa siitä aiheutuu äkillinen suuri nousu epäharmonisuuskertoimessa, joka merkittävästi vaikeuttaa esimerkiksi pianon virittämistä siirtymäalueella. [28] Tuloksien nojalla voidaan tehdä johtopäätös, että

siirtyminen kannattaisi toteuttaa juuri tallojen välissä, koska epäharmonisuuskertoimessa tapahtuva muutos ei silloin ole niin suuri.

Kenties tulevaisuudessa olisi mahdollista hajottaa tallat useampaan osaan siten, että osien sijoittelu sallisi useammassa kohtaa suuria pituuden muutoksia kielissä. Lisäksi osien sijoituspaikat voitaisiin optimoida soinnin kannalta parhaaksi kaikupohjan mekaanisen impedanssin avulla, josta puhutaan teoriaosiossa luvussa 4.5. Tässä olisi yksi mielenkiintoinen jatkotutkimusidea.

Välillä A3-A7 epäharmonisuuskertoimet kasvoivat voimakkaasti jokaisella tutkimuksen pianolla. Tämä johtuu yksinkertaisesti siitä, että kielet A4-A7 ovat mitoiltaan hyvin samanlaiset kaikissa pianoissa, koska pianojen fyysiset mitat eivät ole enää rajoitteena. Pianojen kieliä voisi tietysti välillä A4-A7 sopivasti ohentaa ja pidentää siten, että epäharmonisuuskerroin olisi mahdollista saada jopa laskuun. Toisaalta liika ohentaminen rajoittaisi jännitysvoimaa, joka taas nostaisi epäharmonisuuskerrointa. Toisekseen kielten massa pienenisi, joka tarkoittaisi sitä, että ne eivät saisi yhtä tehokkaasti kaikupohjaa värähtelemään. Lisäksi mitä pidempi kieli, niin sitä enemmän yläsävelet vaativat energiaa yhtälön 5.2 mukaisesti, ja välillä A4-A7 yläsävelien taajuudet ovat jo melko korkeita.

A3 kieli on mielenkiintoinen, koska sen avulla voidaan vetää johtopäätöksiä liittyen pianojen rakenteisiin. A3 kieli on hyvin samanpituinen kaikilla pianoilla, mutta Steinwaylla ja Yamahalla se on merkittävästi paksumpi kuin muiden pianojen kielet. Tämän perusteella epäharmonisuuskertoimienkin pitäisi olla suurempia kuin muilla pianoilla, mutta ne ovatkin hyvin samansuuruisia ja jopa pienempiä kuin Augustilla ja Fazerilla. Tämä on yhtälön 3.24 nojalla johduttava siitä, että jännitysvoima tässä kielessä on suurempi Yamahalla ja Steinwaylla. Vaikuttaa siltä, että näiden suurien ja hinnakkaiden pianojen valurautaiset kehikot sallivat suuremman jännitysvoiman kuin halvemmilla ja pienemmillä pianoilla.

Yläsävelien määrä laskee kaikilla pianoilla mentäessä matalilta taajuuksilta korkeammille taajuuksille. Tämä on täysin loogista yhtälön 5.3 nojalla, josta selkeästi nähdään, että korkeammat taajuudet tarvitsevat enemmän energiaa. Tämä on todennäköisesti myös yksi syy siihen, miksi diskanttialueella kielten on oltava merkittävästi lyhempiä ja ohuempia. Molemmat tekijät pienentävät tarvittavaa energiaa tuottaa korkeita taajuuksia.

8.2 Pianojen erot

Seuraavaksi tarkastellaan tuloksia pianojen eroissa, joita käsiteltiin luvussa 7.2. Olennaisimmat tulokset osoittavat, että pianojen kesken huomataan selviä eroja epäharmonisuuskertoimissa ainoastaan välillä A0-A2. Lisäksi suurimmat vaihtelut yläsävelien määrässä ovat myös tällä alueella. Nämä tulokset johtuvat eroista pianojen fyysisissä mitoissa, jännitysvoimissa ja siirtymäkohdasta punotuista kielistä punomattomiin.

Välillä A0-A1 suurilla flyygeleillä Steinwaylla ja Yamahalla nähdään 2-3.5 kertaa pienemmät epäharmonisuuskertoimet kuin muilla pianoilla. Tämä selittyy osaksi kyseisten kielten pituudella, jotka ovat taulukon 6.3 nojalla Steinwaylla noin 42 % ja Yamahalla 20 % suuremmat kuin Estonialla. Augustiin verrattuna vastaavat lukemat ovat noin 66 % ja 40 %.

Toisaalta pelkästään kielten pituudella ei voida selittää pieniä epäharmonisuuskertoimia etenkään Steinwayn A0 kielessä, joka on jopa 20 % paksumpi kuin muilla pianoilla. Jos pianojen kielissä olisi sama jännitysvoima, niin tämä tarkoittaisi yhtälön 3.24 nojalla Steinwaylla A0 kielessä jopa 2 % suurempaa epäharmonisuuskerrointa verrattuna Estoniaan. Silti esimerkiksi kuvan 7.4 tulos osoittaa, että kerroin on 2.5 kertaa pienempi. Tästä voidaan vetää todella yllättävä johtopäätös. Yhtälön 3.24 perusteella suurin tekijä, joka etenkin Steinwaylla pienentää epäharmonisuuskerrointa, on A0 kielen suuri jännitysvoima.

Fazerin pystypianon kielten A0 ja A1 epäharmonisuuskertoimien arvot yllättävät, koska ne ovat molemmissa kielissä pienempiä kuin Estonialla ja Augustilla. Fazerin kieliä ei pystytty mittaamaan, mutta pianon fyysisten mittojen perusteella voidaan päätellä, että pisin kieli on maksimissaan Augustin A0 kielen mitoissa (122 cm). Kuitenkin Fazerin kielten paksuudet pystyttiin mittaamaan, ja niiden avulla pystytään päättelemään tiettyjä asioita. A0 kielellä paksuudet ovat noin 15 % ja 8 % pienemmät kuin Estonialla ja Augustilla, mutta A1 kielessä paksuus on kaikilla sama. Tästä johtuen A0 kielen pienempi epäharmonisuuskerroin selittyy paksuudellaan, mutta A1 kielen tulee yhtälön 3.24 nojalla olla joko pidempi tai jännitysvoiman suurempi kuin Estonialla ja Augustilla.

A2 kielessä nähtävät erot ovat mielenkiintoisia ja johtuvat osakseen siirtymäkohdasta punotuista kielistä punomattomiin. Estonialla, Augustilla ja Fazerilla kyseinen kieli on

vielä punottu, joka mahdollistaa hyvin ohuen teräskielen. Tästä syystä Estonian ja Augustin suhteellisen pienet epäharmonisuuskertoimet ovatkin täysin loogisia, mutta Fazerin yli 6 kertaa suurempi kerroin yllättää. Kielen paksuus mitattiin hyvin lähelle samaksi kuin Estonialla ja Augustilla, joten millään muulla tavalla ei näin isoa eroa voida tuloksissa selittää kuin merkittävästi lyhemmällä kielellä. Steinwaylla A2 kielessä on poikkeuksellisen pieni epäharmonisuuskerroin verrattuna Yamahaan. Edellisessä luvussa 8.1 aihetta käsiteltiin ja todettiin, että näin ei kuitenkaan teorian mukaan pitäisi olla.

Kuten jo aiemmin on mainittu, niin A4-A7 kielillä on pianojen kesken hyvin samanlaiset ulkoiset mitat. Tästä johtuen ei ole yllättävää, että pianojen kesken ei nähdä selviä eroja tällä välillä. Tästä huolimatta Estonia erottuu hieman joukosta jokaisen kielen A4-A7 tapauksessa. Estonian pianosta oli havaittavissa, että pianoa ei ollut aikoihin huollettu. Yksi kieli oli poikki, ja vire oli laskenut melko paljon, kuten liitteestä A nähdään. Vireen lasku eli taajuuksien pienentyminen selittyy jännitysvoiman laskulla, jolla selittyvät hieman suuremmat epäharmonisuuskertoimet yhtälön 3.24 nojalla.

Kuten luvun 7.2 tulososiossa mainittiin, niin yläsävelien määrä näyttäisi muutamia poikkeuksia lukuun ottamatta käyttäytyvän siten, että pidemmissä kielissä on enemmän yläsäveliä. Tulos on sinänsä mielenkiintoinen, koska yhtälön 5.2 nojalla pidempään kieleen tarvitaan enemmän energiaa tuottamaan samoja taajuuksia kuin lyhempään kieleen, jos amplitudia ja kielen lineaarista tiheyttä pidetään vakiona. Erot voitaisiin selittää kovemmalla vasaralla, joka tuottaa enemmän yläsäveliä luvun 5.3 teoriaosion mukaan. Vasara on todennäköisesti myös massiivisempi, joka aiheuttaa samalla osumanopeudella suuremman liike-energian.

Sävelen äänenväri riippuu siinä esiintyvien yläsävelien intensiteettien suhteesta, kuten teoriaosiossa todetaan luvussa 4.6. Jos haluaisi syvällisesti paneutua äänenvärin vertailuun eri pianojen välillä, niin täytyisi tarkastella nimenomaan näitä suhteita. Se kuitenkin vaatisi mikrofonin sijoittelun tarkasti mitattavan kielen päälle ja aina samalle etäisyydelle. Lisäksi mikrofonin taajuusvaste täytyisi olla mahdollisimman tasainen 27,5 hertsistä aina noin 15 000 hertsiin asti, jossa viimeisiä yläsävelien taajuuksia esiintyy. Toisaalta pianosta kuultava ääni tulee kaikupohjasta, joka on se lopullinen ”vahvistin”, joka määrää missä suhteessa kielissä esiintyvien yläsävelien intensiteetit kuullaan. Joten tarkemmin ottaen pitäisi tutkia kielten ohella tai jopa pelkästään kaikupohjan sointia. Tässä olisi mielenkiintoinen jatkotutkimusidea.

Kuitenkin jotain äänenväriin liittyviä seikkoja voidaan perustella yläsävelien määrän ja epäharmonisuuskertoimen avulla. On todettu, että kielissä esiintyvä suuri epäharmonisuus tekee sävelen meluisan (noisy) ja rämäkän (jarring) kuuloiseksi. Pieni epäharmonisuus taas tekee äänestä enemmän selkeämmän (focused) ja puhtaamman (clear). Lisäksi suuri epäharmonisuus bassokielissä saa äänen kuulostamaan erittäin sekavalta. Ääni on verrattavissa siihen, kun joku löisi matalaan kongiin. [28]

Estonian flyygelissä havaittiin sävelien A4-A7 välillä suurempi epäharmonisuuskerroin kuin muilla pianoilla. Mielestäni se sai äänen kuulostamaan juurikin meluisalta ja rämäkältä, kuten edellä kuvailtiin. Muidenkin pianojen kesken kuultiin tällä välillä pieniä eroja äänenvärissä, mutta niitä ei mielestäni pystytä selittämään epäharmonisuuskertoimien tai yläsävelien määrän avulla, jotka ovat välillä A4-A7 hyvin samanlaiset.

Selkeimmät erot pianojen äänenvärissä oli kuultavissa bassorekisterissä. Steinwayn ja Yamahan tapauksessa sävelet A0-A3 soivat täysin eritavalla kuin muissa pianoissa. Niissä äänenväri oli mielestäni syvä, rikas, voimakas, selkeä ja puhdas. Selkeys ja puhtaus johtuvat edellisen kappaleen mukaan muita pianoja pienemmästä epäharmonisuuskertoimesta. Mielestäni syvyyttä ja rikkautta ääneen toi suuri yläsävelien määrä verrattuna muihin pianoihin. Voimakkuus johtuu ennemminkin siitä, että Steinwayn suuri kaikupohja pystyy värähtelemään paremmin matalemmilla taajuuksilla, kuten luvussa 4.3 todettiin. Estonian, Augustin ja Fazerin tapauksessa varsinkin A0 ja A1 kielten sävelet kuulostivat voimattomilta, tyhjiltä ja ikään kuin puuroutuneilta. Niistä oli jopa vaikeaa erottaa kyseessä oleva perustaajuus.

On mielenkiintoista, miksi sopiva epäharmonisuus pianon sävelissä on haluttu ominaisuus ja saa äänen kuulostamaan selkeältä sekä puhtaalta, kuten luvussa 3.5 ja edellisessä kappaleessa todettiin. Hyvänkuuloinen ääni on tietenkin subjektiivinen asia, mutta aiheeseen liittyen on tehty tutkimuksia, joissa on tultu siihen tulokseen, että pieni epäharmonisuus on pianon soinnissa todellakin haluttu ominaisuus. [5] Kuitenkin esimerkiksi puhallinsoittimien sävelissä epäharmonisuutta ei esiinny juuri ollenkaan. Miten tästä johtuen on mahdollista, että piano ja puhallinsoittimet kuulostavat konserteissa hyvältä yhdessä soitettaessa? Voitaisiinko tämä jotenkin perustella fysiikan keinoin? Tätä olisi mielenkiintoista tulevaisuudessa tutkia.

Lopuksi tulososiossa vertailtiin vielä Steinwayta muihin tutkimuksen pianoihin, koska Steinwayn valmistamat pianot ovat maailman arvostetuimpia pianoja. [5] Kuten jo aikaisemmin todettiin, niin selkeimmät erot tulevat esiin bassoalueella. Flyygelin koolla on siis selkeä merkitys varsinkin matalien sävelien sointiin. Mielestäni Steinwayn sävelten sointi varsinkin bassoalueella oli vielä asteen verran parempaa kuin Yamahalla. Steinwayn sävelten äänenvärissä oli poikkeuksellista syvyyttä, selkeyttä ja voimaa, mutta kuitenkin tietynlaista pehmeyttä.

Yhtenä selityksenä on varmasti pianon suurempi koko verrattuna Yamahaan ja etenkin muihin pianoihin. Toisekseen Steinwayn kielissä pystytään käyttämään paljon suurempia jännitysvoimia kuin muissa pianoissa, kuten tuloksista voitiin päätellä. Tämä johtuu todennäköisesti vahvemmasta ja paremmin suunnitellusta valurautaisesta kehikosta, johon kielet kiinnitetään. Syynä voi olla myös vahvempien viritystappien suunnittelu. Suuremman jännitysvoiman salliva tekniikka voi olla esimerkiksi patentoitu Steinwaylle. Steinwayn virallisten sivujen mukaan yhtiöllä on yli 125 patentoitua ominaisuutta pianoissaan. [22]

Pianojen ja kielten rakenteisiin liittyviä eroja pianojen välillä pystyttiin melko kattavasti päättelemään epäharmonisuuskertoimien ja yläsävelien määrän avulla, mikä oli yhtenä tutkimuksen tavoitteena. Lisäksi tavoitteena oli perustella eroja pianojen soinnin välillä, mutta yhtenä tärkeänä johtopäätöksenä voidaan tehdä, että pianojen äänenväriä on erittäin hankalaa kovin syvällisesti kommentoida pelkästään epäharmonisuuskertoimien ja yläsävelien määrän perusteella.

8.3 Uskottavuustarkastelu

Mittauksissa käytetty laitteisto oli melko yksinkertainen, joten mittausvirheiden määrän voisi olettaa olevan vähäinen. Ainut tuloksia vääristävä tekijä voisi olla, että tutkimuksessa jouduttiin käyttämään kahta eri valmistajan mikrofonia, koska molemmat olivat rajoitetusti saatavilla. Toisaalta mikrofoni on toimintaperiaatteeltaan hyvin yksinkertainen laite, joten tämän menettelyn ei olettaisi aiheuttavan suurempia virheitä tuloksiin. Jos mahdollista, niin mittaukset olisi voitu suorittaa molemmilla mikrofoneilla yhtä aikaa ja lisäksi ottaa jokaiselle sävelelle useampi mittaus, joista olisi laskettu keskiarvo. Tulokset olisivat luonnollisesti olleet tarkempia. Toisaalta mittausdataa olisi

tullut erittäin suuri määrä, ja aikaa kulunut Fourier-spektrejä määrittäessä ja tulkittaessa niin paljon, että se olisi mennyt tämän Pro gradu -tutkielman laajuuden yli. Pianojen keskinäinen vertailu olisi luonnollisesti onnistunut tarkemmin, jos pianojen kaikki kielet olisi mitattu. Toisaalta ongelmaksi olisi samalla tavalla tullut edellä mainittu liian suuri mittausdata.

Epäharmonisuuskertoimien arvoihin vaikuttaa pianojen kielten jännitysvoima. Tutkimuksessa mitatut pianot olivat hieman erilaisessa vireessä, joten niiden kielten jännitysvoimat olivat erisuuruiset. Tämä vääristää hieman pianojen vertailussa saatujen epäharmonisuuskertoimien arvojen eroja pianojen välillä. Erot vireissä olivat kuitenkin hyvin pieniä, eivätkä siksi aiheuttaneet suuria virheitä tuloksiin. Suurimmat vire-erot otettiin huomioon johtopäätöksiä tehtäessä. Teoriassa olisi ollut mahdollista virittää pianot samaan vireeseen, mutta niitä ei olisi pystynyt itse virittämään, ja tuskin olisi saanut edes omistajan lupaa virittämiseen.

Tässä tutkimuksessa määritettyjen epäharmonisuuskertoimien arvot olivat pianoissa samaa suuruusluokkaa kuin toisissakin tutkimuksissa, joissa mitattiin epäharmonisuuskertoimia. Esimerkiksi Galembo ja Askenfelt (1994) mittasivat Steinwayn D-mallille samaa suuruusluokkaa olevia kertoimia A0-A2 kielille. Lisäksi he mittasivat samojen kielten kertoimet kolmen pystypianon tapauksessa, jotka olivat samaa suuruusluokkaa kuin tässä tutkimuksessa mitatut Fazerin pystypianon epäharmonisuuskertoimet. [28] Saman suuruisia tuloksia sai myös Hendry (2008) Steinwayn D-mallin kielille A1-A6. Pienet erot johtuvat todennäköisesti siitä, että pianot olivat eri vireessä. [1]

Fourier-spektreistä taajuuspiikit tulkittiin Matlab-ohjelmiston zoom-työkalun avulla, jotta varmistuttiin siitä, että piikit olivat haluttuja yläsävelien taajuuksia. Yläsävelien taajuuspiikit tutkittiin joka kielellä siihen asti, kunnes niitä ei enää pystytty erottamaan taustakohinasta. Piikit esiintyivät välillä dubletteina tai jopa tripletteinä. Tätä tapahtui kuitenkin melko harvoin ja ainoastaan korkeissa yläsävelissä. Näiden joukosta valittiin aina piikki, jolla oli suurin intensiteetti. Hendry (2008) törmäsi samaan ilmiöön ja epäili piikkien johtuvan kielissä esiintyvistä pitkittäissuuntaisista värähtelyistä. [1] Pitkittäissuuntaiset värähtelyt kielessä aiheutuvat kielen venymisestä vasaran iskun seurauksena. Värähtelyn amplitudi on niillä kuitenkin paljon heikompi kuin poikittaissuuntaisilla värähtelyillä. Lisäksi pitkittäinen värähtely on kielessä hyvin korkea taajuuksista verrattuna kyseisen kielen poikittaissuuntaisen värähtelyn perustaajuuteen.

[5, 7] Näiden perustelujen nojalla uskon itsekin dublettien ja triplettien johtuvan pitkittäissuuntaisista värähtelyistä. Olisi mielenkiintoista rakentaa malli näille värähtelyille ja tutkia mikä vaikutus niillä on pianojen äänenväriin. Tässä olisi aihetta jatkotutkimukselle.

Mikrofoneja ei siirretty mittausten aikana, kun siirryttiin matalista kielistä korkeisiin kieliin. Lisäksi kummankaan mittauksessa käytetyn mikrofonin taajuusvaste ei ollut mitattavalla taajuusvälillä tasainen. Nämä asiat vaikuttavat epäilemättä Fourier-spektreissä esiintyvien taajuuksien intensiteettien suhteeseen. Toisaalta asialla ei ole merkitystä tämän tutkimuksen kannalta, koska tutkimuksessa ei otettu kantaa taajuuksien intensiteetteihin, vaan tutkittiin ainoastaan mitä taajuuksia spektreissä esiintyy.

Pianojen kielten pituudet ja paksuudet olivat paikoitellen erittäin haasteellisia mitata. Kielet kulkivat paikoitellen toistensa alla ja myös valurautainen kehikko vaikeutti mittausta. Kielet olivat myös hyvin lähellä toisiaan, joka vaikeutti paksuuden mittaamista. Toisaalta nämä mitat eivät kuuluneet tutkimuksen tuloksiin. Ne olivat vain apuna tukemassa tuloksista tehtyjä johtopäätöksiä.

Joissain pianoissa mitattiin muutamille yläsävelille sellaisia taajuuden arvoja, että lasketut epäharmonisuuskertoimet saivat negatiivisia arvoja. En osaa täysin sanoa, johtuiko tämä ilmiö mittavirheestä vai jostain muusta tekijästä. Toisaalta esimerkiksi kielen toinen pää puristuu kiinni tallaan, joka väistämättä liikkuu kielen soidessa. Tämä voisi häiritä kieleen syntyviä seisovia aaltoja, joka aiheuttaisi kyseessä olevan ilmiön. Kuitenkin negatiiviset epäharmonisuuskertoimien arvot ovat täysin ristiriidassa luvussa 3.4 esiintyvän reaalisen kielen mallin kanssa. Ne tarkoittaisivat sitä, että kielten taivuttaminen ei vaatisi ollenkaan voimaa, ja ne jopa taipuisivat levossa spontaanisti. Tämän takia negatiivisia epäharmonisuuskertoimien arvoja tuottavat taajuudet hylättiin saadusta mittausdatasta.

8.4 Lopuksi

Olen soittanut pianoa jo 15 vuotta. Olen aina osannut arvostaa suurien konserttipianojen täyteläistä, voimakasta ja selkeää sointia. Arvostukseni pianoja kohtaan kasvoi entisestään tehtyäni tämän tutkimuksen, koska nyt tiedän, miten monta asiaa sointiin

vaikuttaa. On hämmästyttävää, että yhdenkin sävelen äänenväri rakentuu monesta eri taajuudesta, joissa on sopivasti mukana epäharmonisuutta tehden sävelestä elävän ja mieluisan kuuloisen. Tutkimuksen laajaa teoriakatsausta tehdessä selvisi, miten monimutkainen ja tarkkaan suunniteltu kokonaisuus piano on soittimena. Lisäksi eri valmistajien pianot ovat monesta kohtaa hyvin paljon erilaisia, kuten tutkimus osoitti. Totta kai olen soittaessani sen huomannut, mutta nyt tiedän paremmin, mistä erot johtuvat.

Piano sisältää paljon mielenkiintoista fysiikkaa. Koneistoon, kieliin ja kaikupohjaan liittyy paljon mekaniikkaa sekä sointiin paljon äänen fysiikkaa. Ainakin itse opettaessani fysiikkaa yritän mahdollisimman paljon hyödyntää käytännön sovelluksia, joita liittää opetettavaan aiheeseen. Piano ja muutkin soittimet olisivat mielestäni loistavia välineitä fysiikan opetuksessa. Todella moni oppilaista on musiikin kanssa jollain tavalla tekemisissä. Jos he eivät soita mitään soitinta, niin he laulavat tai ainakin kuuntelevat musiikkia. Olisi mielestäni viisasta ja tehokasta yhdistää oppilaiden kiinnostuksen kohteita opetettavaan aineeseen. Olin itsekin todella motivoitunut tekemään tätä tutkimusta, koska soitan pianoa.

Mielestäni lukiovuosieni aikana fysiikan tunneilla ääneen liittyviä asioita opetettiin liian vähän. Käsittely rajoittui lähinnä äänen syntyyn, sen etenemiseen väliaineessa ja äänenvoimakkuuteen. Äänenväristä ja siihen vaikuttavista tekijöistä ei puhuttu sanaakaan. Vasta tämän tutkimuksen jälkeen ymmärsin, miksi jotkut äänet kuulostavat erilaiselta. Tähän opetukselliseen seikkaan olisi mielestäni hyvä kiinnittää huomiota, ellei sitä ole jo tehty. Tutkimukseni tarjoaa paljon materiaalia, jota voi mielestäni käyttää lukio-opetuksessa äänen fysiikkaan liittyvissä aiheissa.

Kaiken kaikkiaan piano on hyvin monimutkainen soitin ja tulevaisuudessa sitä voidaan vielä fysiikan keinoin mallintaa paljon tarkemmin. Jos esimerkiksi kaikupohjan värähtely tai vasaran osuma kieliin pystytään tulevaisuudessa entistä tarkemmin mallintamaan, niin teknisillä ratkaisuilla saadaan parannettua pianon sointia entisestään ja muokattua siitä juuri halutun kuuloinen. Lisäksi pianojen äänistä otettuja digitaalisia näytteitä pystytään entistä paremmin signaalia muokkaamalla saamaan aidon kuuloiseksi, ja näin kehittämään soinniltaan entistä parempia syntetisaattoreita ja sähköpianoja.

Viitteet

[1] Hendry, S. (2008), Inharmonicity of Piano strings. University of Edinburgh: Masters in Acoustics & Music Tecnology. Haettu osoitteesta: http://www.simonhendry.co.uk/wp/wp-content/uploads/2012/08/inharmonicity.pdf

[2] Ege, K. & Boutillon, X. (2012). Vibrational and acoustical characteristics of the piano soundboard. Laboratory of Mechanics of Solids, France, Haettu osoitteesta: http://arxiv.org/pdf/1212.3068v1.pdf

[3] Bank, B. (2000). Physics-Based Sound Synthesis of the Piano. Helsinki University of Technology. Haettu osoitteesta: http://home.mit.bme.hu/~bank/thesis/pianomod.pdf

[4] Christopher, S. (2004). The Piano Deconstructed. Haettu osoitteesta: http://www.piano.christophersmit.com/stringing.html

[5] Giordano, N.J. (2010). *Physics of the piano*. Oxford: University press

[6] Concert Pitch Piano Services. (2000-2016). Toronto. Haettu osoitteesta: http://www.concertpitchpiano.com/grandpianostructure.gif (kuvalähde)

[7] Harold, A. & Askenfelt, A. & Janson, E. & Hall, D.E. & Weinreich, G. & Wogram, K. (1990). Five lectures on THE ACOUSTICS OF THE PIANO. Royal Swedish Academy of Music. Haettu osoitteesta: https://www.speech.kth.se/music/5_lectures/contents.html

[8] Fletcher, N.H. & Rossing, T.D. (1998). *The physics of musical instruments* (Second edition). New York: Springer Science + Business Media

[9] Knight, R. D. (2012). *Physics for scientists and engineers – A strategic approach* (Third edition). San Francisco: Pearson.

[10] Gunther, L. (2012). *The physics of music and color*. New York: Spinger Science+Business Media

[11] Benson, D. (2007). *Music: A Mathematical Offering.* UK: University of Aberdeen

[12] Wikipedia (2008). Harmonic partials on strings. Haettu osoitteesta: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Harmonic_partials_on_strings.svg (kuvalähde)

[13] Walker, J. (2008). *Fundamentals of physics* (eighth edition). Hoboken: John Wiley & Sons.

[14] Osgood, B. (2007). The Fourier transform and its applications. Stanford University. Haettu osoitteesta: https://see.stanford.edu/materials/lsoftaee261/book-fall-07.pdf

[15] Raymond, A.S & Jewett, J.W.Jr. (2014, 2010, 2008). *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics* (ninth edition). USA: Brooks/Cole

[16] Piano Tuning with Verituner. (2012). JWS. Haettu osoitteesta: http://daffy.uah.edu/piano/page4/page3/index.html

[17] Concert Pianos. (2010). Red Bird LLC. Haettu osoitteesta: http://concertpianos.com/steinwaymodeldconcertgrand-342343.html (kuvalähde)

[18] Giordano, N.J. (1998). Mechanical impedance of a piano soundboard. Acoustical Society of America. Haettu osoitteesta: http://www.whyyouhearwhatyouhear.com/chapterfiles/chpt19/other/JAS002128.pdf

[19] Christopher, S. (2004). The Piano Deconstructed. Haettu osoitteesta: http://www.piano.christophersmit.com/popUpMotion.html

[20] Berg, D. Youtube. (2011). Steinway Grand Action Demo. Haettu osoitteesta: https://www.youtube.com/watch?v=XArz6uCsrA0

[21] Smith, J.O. & Van Duyne, S.A. (1995). Commuted Piano Synthesis. Stanford University. Haettu osoitteesta: https://ccrma.stanford.edu/~jos/pdf/svd95.pdf

[22] Steinway & Sons. (2014). Haettu osoitteesta: http://eu.steinway.com/en/pianos/steinway/grand-pianos/d-274/

[23] Yamaha Corporation of America and Yamaha corporation. (2016). Haettu osoitteesta: http://usa.yamaha.com/products/musical-instruments/keyboards/grandpianos/gp-cx/c7x/?mode=model

[24] ESTONIA Pianos. (2013). Haettu osoitteesta: http://www.estoniapiano.com/piano-models.html

[25] AUGUST FÖRSTER. (2016). Haettu osoitteesta: http://www.august-foerster.de/cms/en/12/Grand-Pianos

[26] The Bluebook of Pianos. (2015). Haettu osoitteesta: http://www.bluebookofpianos.com

[27] Galembo, A. ja Askenfelt, A. (1994). Measuring imharmonicity through pitch extraction. KHT Computer Science and Communication. Haettu osoitteesta: http://www.speech.kth.se/prod/publications/files/qpsr/1994/1994_35_1_135-144.pdf

[28] WireStrungharp. (2010–2016). A WireWeb Design. Haettu osoitteesta: http://www.wirestrungharp.com/material/strings/inharmonicity.html

Liite A

Mitatut perustaajuudet

Taulukko A.1 Pianojen kielille A0-A7 mitatut perustaajuudet.

	Mitattu perustaajuus [Hz]				
Kieli	Steinway	Yamaha	Estonia	August	Fazer
A0	27,3	27,18	26,68	26,76	27
A1	54,96	54,89	53,55	54,16	53,88
A2	110,5	110	108,7	109,9	109,1
A3	221,3	220,4	216,9	218,9	217,8
A4	442,5	442,1	433,5	439,5	437,3
A5	887,2	882,3	866,5	879,6	880,1
A6	1777	1767	1749	1768	1765
A7	3620	3601	3509	3576	3539